



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
FIRENZE

SCUOLA DI STUDI UMANISTICI

E DELLA FORMAZIONE

Corso di laurea magistrale a ciclo unico

SCIENZE DELLA FORMAZIONE PRIMARIA

TESI DI LAUREA

Neuroscienze e apprendimento.

Implicazioni per l'educazione matematica.

RELATRICE

Chiara Pecini

CANDIDATA

Rita Di Ianni

Anno Accademico 2019/2020

INDICE

INTRODUZIONE.....	5
CAPITOLO 1 – NEUROSCIENZE DELLO SVILUPPO: MODELLI E STATO DELL'ARTE	12
1.1 COSA SONO LE NEUROSCIENZE?	13
1.2 NEUROPLASTICITÀ E INTERCONNETTIVITÀ CEREBRALE	16
1.3 APPROCCIO EVOLUTIVO E NEUROCOSTRUTTIVISTA	23
1.4 EPIGENETICA E AMBIENTE	31
1.5 ALCUNE SCOPERTE ILLUMINANTI	36
CAPITOLO 2 – LA NOSTRA EREDITÀ NUMERICA	47
2.1 MATEMATICI SI NASCE O SI DIVENTA?	48
2.2 CERCARE UNA RISPOSTA NELLE NEUROSCIENZE	52
2.3 L'APPRENDIMENTO MATEMATICO: TRAIETTORIE EVOLUTIVE	61
2.4 ANSIA ED ERRORI.....	66
CAPITOLO 3 – L'EDUCAZIONE MATEMATICA	75
3.1 IMPLICAZIONI PER LA DIDATTICA.....	76
3.2 NUTRIRE LA MATEMATICA.....	79
3.3 ALCUNI ESEMPI CONCRETI.....	95
3.3.1 Il progetto "YouCubed"	97
3.3.2 Il progetto "PerContare"	107
3.4 UNA SPERIMENTAZIONE IN PRIMA PERSONA.....	117
CONCLUSIONI	130
BIBLIOGRAFIA	134

INTRODUZIONE

Nel mito greco antico una delle versioni più celebri della nascita di Atena, dea della sapienza, è quella secondo cui sarebbe scaturita direttamente dalla testa gravida di Zeus, già adulta e armata. Le neuroscienze, lasciando in sospeso la questione degli dei, ci raccontano per gli esseri umani tutta un'altra storia.

Alla base del lavoro svolto in questa tesi c'è un cammino personale di crescita e formazione avvenuto essenzialmente grazie all'incontro di due realtà. La prima è la formazione scientifica ricevuta nella prima laurea: mi sono infatti laureata in matematica all'Università di Pisa con una tesi in didattica legata all'argomentazione matematica attraverso percorsi di osservazione del cielo con bambini di scuola primaria. La passione per la materia, e l'incontro con il filone di ricerca della Didattica della matematica¹, cui farò cenno più volte in questa tesi, ha posto solide basi da cui partire.

Il secondo felice incontro è quello avvenuto con il mondo delle neuroscienze, in particolare attraverso due studiose italiane che hanno guidato il mio percorso, Chiara Pecini e Daniela Lucangeli,

¹ Tra principali esponenti di questo ambito Pietro Di Martino (mio relatore nella prima tesi), Rosetta Zan e Anna Baccaglini Frank.

entrambe sostenitrici di una visione comune permeata dagli studi di un'insigne studiosa cui attingerò molto in questa tesi: Annette Karmiloff-Smith, e la sua visione neurocostruttivista.

Ne è emerso il tentativo di dare un quadro dettagliato dell'incontro di due mondi, neuroscienze e didattica della matematica, che negli ultimi decenni hanno dialogato intensamente nel tentativo di chiarire la natura delle abilità cognitive, le loro basi neurofunzionali, la dinamica dell'apprendimento e il ruolo dell'educazione in questo affascinante processo.

La tematica è di enorme attualità, visto che ci troviamo letteralmente nel pieno di una serie di studi e di scoperte che stanno rivoluzionando tanto la nostra visione generale del funzionamento del cervello e dell'apprendimento quanto ciò che sappiamo di un ambito da sempre circondato da un alone di mistero e indefinitezza, quello della cognizione matematica.

Forse come nessun altro dominio, la matematica è stata infatti mitizzata, nel senso comune e anche nella sua rappresentazione a scuola, come qualcosa di speciale o a parte, una abilità *sui generis* che ci si ritrova per dotazione personale o per la quale viceversa "non si è portati", decidendo la questione spesso già alle prime battute dello sviluppo delle giovani menti. Il mistero dei numeri e di come li comprendiamo ha del resto accompagnato gli uomini

da quando hanno iniziato a ragionare su queste cose, e il contributo scientifico e le nostre idee sullo sviluppo di tali abilità sono cambiate profondamente anche nel corso del secolo scorso.

L'obiettivo di questa tesi è proprio quello di delineare un quadro significativo delle acquisizioni delle neuroscienze degli ultimi trent'anni, che ci mettono a disposizione modelli fondamentali per capire chi siamo e come apprendiamo; di vedere in particolare come questi studi abbiano fornito nuovi e potenti *insight* sulla cognizione matematica, in particolare sull'acquisizione dei numeri e delle operazioni di calcolo, il primo e fondamentale campo con cui si confrontano i bambini nella scuola primaria; infine di apprezzare come tutto ciò abbia generato una ricca messe di studi che hanno messo in contatto le evidenze neuroscientifiche con le metodologie educative e la sperimentazione sul campo.

La trattazione è divisa in tre capitoli, che seguono tale scansione. Nel **primo capitolo** affronterò il tema delle neuroscienze dello sviluppo in generale, un ambito in cui confluiscono i contributi di discipline diversissime e che è un luogo d'incontro straordinariamente stimolante di nuovi saperi. Esso negli ultimi decenni ha ricevuto un supporto decisivo dai nuovi modelli elaborati dalle scienze cognitive (il confronto con la psicologia cognitiva e dello sviluppo sarà continuo in questa tesi),

e ha trovato un campo di possibilità del tutto nuovo nelle tecniche di *neuroimaging*, che ci consentono di scandagliare per la prima volta cosa accade dentro le reti neurali. Biologia e genetica sono poi l'altro teatro di grandi scoperte e rivoluzioni dalle ricadute profonde anche su questi temi. L'obiettivo del capitolo sarà mostrare l'importanza, per la nostra rappresentazione dello sviluppo della mente e delle nostre abilità, del modello *connessionista* delle reti neurali, del *neurocostruttivismo* delineato da Karmiloff-Smith, del contributo dell'*epigenetica*. Tutte e tre queste componenti consentono di apprezzare, in una prospettiva antiriduzionistica, la complessità dei processi di sviluppo che dal genotipo conducono al fenotipo, la diversità delle traiettorie evolutive e l'incidenza profonda dell'ambiente nel definire ciò che siamo. Nuovi costrutti e scoperte, come quelli della *embodied cognition* e della natura emotiva dei processi cognitivi, hanno in ciò ricadute profonde.

Il **secondo capitolo** prende le mosse da queste basi teoriche per affrontare il problema speciale della abilità matematica, ponendo alle neuroscienze la domanda, così importante in prospettiva educativa, "*Matematici si nasce o si diventa?*". Seguendo le scoperte degli ultimi decenni provenienti dalla psicologia sperimentale, con lo studio delle diverse *traiettorie evolutive* dell'apprendimento matematico, da quella comparata e dalle tecniche di *neuroimaging*, mostrerò i risultati notevoli cui si è

giunti in fatto di spiegazione della natura e del funzionamento delle nostre abilità numeriche e aritmetiche di base. Verrà messa in luce in questo ambito l'importanza fondamentale del modello di cognizione numerica proposto da un grande studioso, Stanislas Dehaene, il cosiddetto *modello del triplo codice*, che teorizza la presenza, alla base del nostro apprendimento numerico, di funzioni cognitive e neurali differenti. Tra questi ha un'importanza particolare il cosiddetto "senso del numero", una struttura semplice, innata ma comune a tutti, anche a molti animali, e appena abbozzata alla nascita. A partire da esso l'apprendimento matematico è invece il risultato della complessa interazione, in ottica neurocostruttivista, di innumerevoli funzioni cognitive e reti neurali: esso non è dunque un fatto innato e inscritto in un "modulo" specifico, ma problema di sviluppo di interconnessioni che emergono solo attraverso l'interazione con l'ambiente e un percorso adeguato di apprendimento. Molti importanti aspetti delle basi neurali della matematica e su aspetti del suo apprendimento verranno messe in luce nel capitolo.

Il **terzo capitolo** è infine dedicato alle indicazioni per la pratica didattica che emergono da questa fitta trama di scoperte. Seguendo il tracciato di diverse studiose che si sono dedicate proprio al tema della didattica della matematica alla luce delle neuroscienze, ho individuato una serie di risultati e punti fermi della ricerca che devono orientare le nostre scelte educative.

Per “nutrire la matematica” (espressione di Daniela Lucangeli, da anni punto di riferimento su questi problemi) dei bambini, mostrerò l’importanza di accompagnare i *periodi sensibili* dello sviluppo della cognizione numerica in età prescolare, di favorire il *senso del numero* contro un’idea della matematica puramente esecutiva e procedurale, e ancora la funzione della *multimodalità* con cui presentare i contenuti; affronterò tra l’altro dell’importanza dell’*uso delle dita*, dell’*errore* come prezioso alleato educativo e il falso mito della *velocità* in matematica, mostrando come l’insegnante invece debba fornire un ambiente di apprendimento in cui sia centrale “sostare” e riflettere sui problemi, favorendo una assimilazione profonda degli automatismi matematici e del loro *significato*. In questo i risultati delle neuroscienze incontrano quelli della riflessione oggi più avanzata di didattica della matematica, come quella di Zan e Di Martino.

In conclusione ho preso in considerazione tre progetti didattici per me molto significativi. Due sono nati proprio dall’interazione con le neuroscienze e mostrano bene come questi indirizzi siano in grado di dare indicazioni illuminanti sulla pratica didattica. Il primo è il progetto “YouCubed”, che ha preso l’avvio dall’importante lavoro di ricerca e sperimentazione di Jo Boaler (Stanford University); il secondo è il progetto “PerContare”, che nasce da un lavoro congiunto di esperti di didattica della

matematica e psicologi cognitivi dell'Università di Pisa e Modena e Reggio Emilia. Il terzo è il progetto di cui faccio parte, "Problem solving alla primaria", promosso da Scuola Normale di Pisa e Accademia dei Lincei e diretto da Pietro Di Martino dell'Università di Pisa, che mi consentirà di vedere nel concreto l'importanza dell'elemento argomentativo e delle funzioni cognitive più generali nell'apprendimento matematico.

CAPITOLO 1 – NEUROSCIENZE DELLO SVILUPPO: MODELLI E STATO DELL'ARTE

In questo primo capitolo viene presentato uno sguardo panoramico sulle neuroscienze dello sviluppo e sulle grandi acquisizioni che varie discipline hanno apportato a quest'ambito negli ultimi decenni. Verranno in particolare presi in considerazione l'approccio *connessionista*, *evolutivo* e *neurocostruttivista*, dell'*epigenetica* e della *embodied cognition*, che hanno cambiato radicalmente lo sguardo sul neurosviluppo e sull'apprendimento.

In particolare nel **paragrafo 1.1** mi soffermerò sul concetto di *neuroscienze dello sviluppo*, un ambito in cui confluiscono tante discipline, e farò vedere come da un lato le scienze cognitive, dall'altro le possibilità inedite di *neuroimaging* hanno rivoluzionato modelli e approcci. Nel **paragrafo 2.2** partirò dai meccanismi di *neuroplasticità*, nozione fondamentale per spiegare lo sviluppo del cervello e delle nostre funzioni cognitive, per tratteggiare una visione *evolutiva*, *emergentista* e *connessionista* della nostra intelligenza. Nel **paragrafo 3.3** questa visione verrà meglio definita attraverso il *modello neurocostruttivista* di una grande teorica, Annette Karmiloff-Smith: la struttura del cervello e delle nostre abilità, il

connettoma, non è scritta solo nei nostri geni, ma è in buona parte il risultato di un complesso percorso di sviluppo e interazione con l'ambiente. Questo modello si appoggia anche ad un'altra grande rivoluzione scientifica di questi anni, quella dell'*epigenetica*, di cui parlerò nel **paragrafo 1.4**, approfondendo i meccanismi anche biologici per cui la direzione dello sviluppo è determinata dall'*ambiente*. Infine nel **paragrafo 1.5** parlerò di alcune scoperte fondamentali nel campo delle neuroscienze, che illustrano bene l'importanza dell'interconnessione tra sistemi neurali e della *embodied cognition*: i *neuroni-specchio*, le basi neurali delle *emozioni*, il *modello del triplo codice* di Dehaene.

1.1 COSA SONO LE NEUROSCIENZE?

Con neuroscienze ci si riferisce ad un ambito multidisciplinare finalizzato a spiegare i processi mentali e il comportamento in relazione al funzionamento e allo sviluppo del sistema nervoso. Si tratta di un campo di studi letteralmente rivoluzionato dalle acquisizioni degli ultimi decenni, caratterizzati da un'esplosione di approcci all'analisi del cervello e del suo funzionamento, che hanno delle ricadute enormi sul nostro modo di intendere il sistema delle nostre abilità, cognizioni, apprendimenti. Ambiti e approcci diversi si intersecano e si combinano nei modi più vari:

alle scoperte in ambito fisiologico, di biologia cellulare e dello sviluppo, di biochimica, di genetica e di interconnessione di aree e funzioni del sistema nervoso centrale, si affiancano i modelli di spiegazione delle nostre competenze cognitive, delle nostre decisioni, della nostra capacità di interazione con l'ambiente e con gli altri, che coinvolgono scienze dell'evoluzione, scienze cognitive, psicologia, etologia e molto altro.

Certo siamo ben lontani dal poter fornire un'immagine complessiva del funzionamento del nostro cervello e dell'insieme dei meccanismi che presiedono al suo sviluppo e al suo normale funzionamento: si pensi solo al fatto che questo grande e complesso organo è composto da circa 100 miliardi di neuroni e un numero incalcolabile di connessioni tra essi, chiamate sinapsi, che a loro volta costituiscono un vasto panorama di sistemi specifici e reti neurali. Si tratta probabilmente del sistema più complesso con cui l'intelligenza umana ha a che fare, senza contare ancora tutto ciò che questo organo, variamente interagendo con il corpo, l'ambiente e gli altri individui, è capace.

Tuttavia questo non attenua l'entusiasmo che scaturisce dagli incredibili passi in avanti che negli ultimi decenni sono stati fatti sia nei modelli teorici a disposizione che nelle scoperte in ambito neurologico. Un ruolo fondamentale hanno giocato in questo senso due vere e proprie rivoluzioni nel discorso scientifico e nei

suoi strumenti, che sono anche alla base di ciò che verrà esposto qui di seguito. Il primo è il lungo e vasto dibattito, iniziato dagli anni sessanta del secolo scorso e enormemente arricchitosi nel tempo, nell'ambito delle *scienze cognitive*: la proposta di modelli di funzionamento della mente umana, delle sue abilità di elaborazione, linguistiche, sociali, ha costituito anche il *background* fondamentale delle domande che formuliamo alle neuroscienze, in uno scambio continuo e in realtà reciproco fra teorie e scoperte biologiche. Il secondo è la novità delle tecniche di *neuroimaging*, che negli ultimi decenni, attraverso continui aggiornamenti tecnologici, hanno reso possibile ciò che prima era inimmaginabile: poter cogliere le modalità di attivazione del cervello nel momento stesso dell'attivazione delle sue operazioni mentali². Questo permette per la prima volta di vedere *cosa fa cosa*, e quali modificazioni ne risultano, nella misteriosa macchina dei nostri comandi.

² Le tecniche di *neuroimaging* permettono di rilevare la struttura o il funzionamento del sistema nervoso centrale. La *risonanza magnetica* per esempio fornisce immagini statiche della struttura (evidenziando eventuali lesioni), mentre visualizzazioni funzionali sono quelle fornite per esempio da *elettroencefalogramma*, *magnetoencefalogramma* e fMRI, ossia *immagini di risonanza magnetica funzionale*, che offrono rappresentazioni del funzionamento dei circuiti cerebrali a riposo o mentre sono impegnati in particolari compiti (Pecini e Brizzolara, 2020, pp. 5 e 7).

1.2 NEUROPLASTICITÀ E INTERCONNETTIVITÀ CEREBRALE

Una delle caratteristiche principali del nostro cervello, che è al centro degli studi degli ultimi anni, è la *neuroplasticità*, ovvero la capacità di creare nuove reti neurali.

Oggi l'idea di intelligenza non è più un'idea legata alla staticità, ma assume le sembianze di un costrutto dinamico e modificabile, grazie alla neuroplasticità. "Ogni volta che impariamo qualcosa il nostro cervello cambia", così Michael Merzenich apre la sua importante ricerca sulla neuroplasticità³.

Questo principio ha una portata rivoluzionaria, soprattutto in quel luogo predisposto all'insegnamento che è la scuola. Uno dei più grandi pregiudizi che albergano tra le aule scolastiche è proprio quello che, se gli studenti non raggiungono risultati soddisfacenti a scuola, non è per l'insegnamento o l'ambiente ma a causa della loro (non) intelligenza, e quindi del loro cervello.

Oggi sappiamo invece che ogni volta che impariamo qualcosa, il nostro cervello può crescere in tre differenti modalità: o forma un nuovo percorso neuronale (processo inizialmente delicato, ma più apprendiamo e più andiamo in profondità, più il percorso si attiva); o viene rafforzato un percorso già esistente; oppure si

³ Merzenich, 2013.

forma una connessione tra due percorsi precedentemente già esistenti ma non collegati tra di loro.

L'intelligenza, questo costrutto così multiforme e difficile da inquadrare, è dunque legata alla capacità dinamica del cervello di creare nuovi legami neuronali, e insieme di ottimizzarli e renderli efficienti. Si tratta inoltre di connessioni che si instaurano a livelli differenti di complessità, cioè connessioni che si stabiliscono anche fra vari sistemi, aree, specificità funzionali. È principalmente questa interconnessione complessa, e ancora una volta dinamica, che può rendere conto della straordinaria capacità funzionale del cervello umano. Le nostre competenze più avanzate sono fenomeni *emergenti* entro un sistema complesso (o un sistema di sistemi), e sono il prodotto dell'*interconnettività* interna al nostro cervello. È a questo tipo di considerazioni che si riferiscono due termini importanti emersi negli ultimi anni, ossia *emergentismo* e *connessionismo* (che racchiudono tuttavia approcci e orientamenti molto diversi tra loro)⁴.

Se guardiamo più da vicino ai meccanismi di base attraverso i quali il cervello crea e modella le sue reti, due sono essenziali (ma non sono i soli): la *sinaptogenesi* e la *potatura assonale* (o rimodellamento assonale).

⁴ Per un'introduzione a questi argomenti cfr. Lucangeli e Vicari, 2019, pp. 160-3 e D'Amico e Devescovi, 2013, pp. 24-28.

La sinaptogenesi è il processo di nascita della *sinapsi*, la struttura altamente specializzata che consente la comunicazione delle cellule del tessuto nervoso tra loro (neuroni) o con altre cellule, una specie cioè di bottone di collegamento tra due neuroni. Quante più sinapsi ha un neurone quante più comunicazioni invia. I primi anni dello sviluppo sono caratterizzati da una intensa sinaptogenesi, come una germogliazione in una fioritura che necessita poi di essere potata e indirizzata, perché se tutti i germogli crescono l'albero diventerà debole e non riuscirà a sostenere e nutrire ogni percorso germogliato.

La potatura assonale elimina tutte quelle connessioni che non comunicano velocemente. Per effetto di principi e di *timing* complessi, le sinapsi che comunicano informazioni importanti si consolidano, mentre quelle meno usate vanno perdute. Questo processo di rimodellamento serve a rendere il sistema di comunicazione più efficiente, più specializzato. Durante lo sviluppo si assiste ad una progressiva specializzazione e consolidamento dei circuiti cerebrali e delle loro diverse funzioni, che all'inizio si presentano più distribuite e meno specifiche⁵.

Si tratta di processi che, con tempi e periodi critici diversi, sono a pieno regime durante tutto il periodo dello sviluppo individuale (adolescenza compresa), ma che entro certi limiti caratterizzano

⁵ Karmiloff-Smith, 2015, pp. 8-9 e cfr. *infra*, par. 1.3.

l'intera esistenza dell'individuo e del suo cervello, che è in continua trasformazione, come in trasformazione sono i suoi pensieri, le sue abilità, le sue emozioni. Proprio per indicare il carattere individuale di ciascuna architettura neuronale, che è solo in parte "programmata" geneticamente e secondo linee di specie, ed è invece il risultato di una traiettoria autonoma in cui decisivi sono l'interazione con l'ambiente e le esperienze individuali (oltre che il caso), si impiega il termine *connettoma*⁶. Individualità della struttura neuronale e individualità della persona e della sua mente sono inscindibili.

Si può dire ancora qualcosa sulla logica interna di questi meccanismi di selezione e consolidamento dei circuiti cerebrali: essa ha anche delle implicazioni, si vedrà più avanti, in termini di teoria dell'apprendimento. Quali sono i principi di fondo della progressiva potatura e specializzazione neuronale, i meccanismi di base della neuroplasticità⁷? Il quadro delle ipotesi teoriche è molto vasto, qui di seguito vorrei offrire un quadro di alcune teorie

⁶ Coniato per i motivi appena accennati in contrapposizione a "genoma". Cfr. *infra*, par. 1.3 sul neurocostruttivismo.

⁷ Per una rassegna istruttiva sul carattere multiforme della plasticità neuronale cfr. Kolb e Gribb, 2014. È interessante rilevare come in questo articolo, anche attraverso studi su animali e sulle modifiche in parallelo di circuiti neuronali e comportamento, venga messo in rilievo tra le altre cose che: 1) la plasticità è relativa alla *rilevanza* dell'esperienza per l'animale; 2) la plasticità è relativa all'*intensità* e alla *frequenza* delle esperienze; 3) i cambiamenti dipendenti dall'esperienza *interagiscono tra loro*.

classiche, non necessariamente escludentesi tra loro e applicabili in contesti diversi.

La prima è la **teoria di Hebb**, uno dei padri del connessionismo: “*Neurons that fire together, wire together*”⁸. Se in seguito a un certo stimolo due neuroni si attivano contemporaneamente in modo sincrono, nel momento in cui uno dei due si riattiverà chiamerà in attivazione anche l’altro. Questo è un principio che chiaramente si ritrova molto nel condizionamento classico, però nel nostro caso fondamentali sono due aspetti: 1) La memoria è necessariamente un processo di *ricostruzione* (ad esempio il solo odore mi può determinare la ricostruzione di un ricordo); 2) il concetto di *sincronizzazione* e di continuità temporale è un principio organizzativo importante del cervello (per molti disturbi del neurosviluppo c’è l’ipotesi che non ci sia una sufficiente sincronizzazione tra le aree cerebrali coinvolte in una determinata funzione, una desincronizzazione per cui non si crea un circuito cerebrale sufficientemente connesso e questo determina una scarsa competenza in una certa funzione, o scarsa automatizzazione. Oppure al contrario vi sono altri disturbi con eccesso di connettività, che diventano troppo forti e rigide (che potrebbe essere una delle spiegazioni dei disturbi dello spettro autistico).

⁸ Hebb, 1949.

La seconda alternativa è quella che si può riassumere nello slogan: “*Use it or lose it*”, che affonda le proprie radici nella **Neural Reuse Theory**⁹. Il riutilizzo neurale sarebbe cioè un principio organizzativo fondamentale del cervello. Secondo queste teorie, è abbastanza comune che i circuiti neurali istituiti per uno scopo siano espulsi (sfruttati, riciclati, ridistribuiti) durante l'evoluzione o l'ontogenesi, e siano impiegati in usi diversi, spesso senza perdere le loro funzioni originali. Il cervello appare così come un sistema continuamente riorganizzato, dove i neuroni sono reclutati in tempo reale in *partnership* che non sono mai fisse.

La morte di così tante nuove cellule sembra un tremendo spreco di energia e lascia una domanda aperta sul significato funzionale dei nuovi neuroni. Perché dovrebbero essere prodotti solo per morire settimane dopo? Cosa succede a quelli che non muoiono e come si può incoraggiarli a sopravvivere? Si scopre che molti, se non la maggior parte, dei nuovi neuroni possono essere salvati dalla morte imparando. Questo è un ottimo esempio di “*Use it or lose it*”¹⁰.

⁹ Anderson, 2004; Marusak *et al.*, 2016. Per un'interessante valutazione dell'importanza di questa teoria in ambito neurocostruttivista (di cui parlerò nel prossimo paragrafo) cfr. D'Sousa e Karmiloff-Smith, 2016.

¹⁰ Shorts *et al.*, 2011.

Alcune conquiste più “recenti” dell’evoluzione e della cultura umana hanno condotto anche a teorizzare l’esistenza di un meccanismo più specifico, valido almeno in alcuni casi: la **Teoria del riciclaggio neuronale**, secondo la quale funzioni frutto di “invenzioni culturali” invadono circuiti cerebrali evolutivamente più vecchi ed ereditano molti dei loro vincoli strutturali¹¹.

È proprio questo tipo di meccanismo che si attiva quando impariamo a leggere, a riconoscere cioè lettere e combinazioni di parole scritte associandole a suoni e significati. Tramite le tecniche di *neuroimaging* è stato possibile mostrare come durante l’acquisizione della lettura i nostri circuiti cerebrali “riciclino” molte delle aree visive e uditive preesistenti, al fine di riorientarle all’elaborazione di lettere e fonemi. Questo processo consisterebbe anche nella capacità del cervello di “cooptare” aree specifiche e fonderle insieme rendendo possibili abilità più complesse (concetto di “*merging*”). La natura di questo processo di “riciclaggio neuronale” aiuta a spiegare molte delle difficoltà dei bambini nell’apprendimento della lettura.

Il riciclaggio neuronale aiuta a spiegare anche il percorso evolutivo dell’emersione di alcune competenze umane, e rivela come esse siano profondamente intrecciate, in modi a volte inaspettati: lo sviluppo estremamente recente (in termini di tempi

¹¹ Dehaene e Cohen, 2007.

di evoluzione) del linguaggio umano sarebbe secondo scoperte più recenti un caso straordinario di riciclaggio di aree neurali adibite a funzioni percettive e motorie: “tutti i meccanismi neurali coinvolti nel linguaggio svolgono anche altre funzioni”¹². Salendo così di un gradino nell’ordine delle spiegazioni, siamo portati a chiederci: cosa ha una funzione specifica e cosa no, nelle traiettorie dello sviluppo? Cosa è innato, e cosa dipende dall’esperienza?

1.3 APPROCCIO EVOLUTIVO E NEUROCONSTRUTTIVISTA

Il ruolo chiave della neuroplasticità nel periodo dello sviluppo ci mette decisamente sulla strada di un approccio *evolutivo* alla considerazione dell’intelligenza e delle varie abilità cognitive: esse possono essere considerate funzioni *adattive* che emergono da uno scambio continuo e dinamico con l’ambiente¹³, considerato ovviamente anche come dimensione delle esperienze culturali e sociali¹⁴. La psicologia cognitiva ha insegnato questo a partire da

¹² D’amico e Devescovi, 2013, p. 38; cfr. anche Lucangeli e Vicari, 2019, p. 163.

¹³ Il carattere evolutivo delle nostre strutture cognitive, che si sviluppano nell’interazione con l’ambiente, è il grande contributo della psicologia dello sviluppo di Piaget.

¹⁴ L’accento sul ruolo decisivo dell’ambiente inteso come dimensione storica, sociale e culturale è uno degli aspetti salienti e più influenti dell’impostazione di Vygotskij.

due grandi precursori, Piaget e ancor più Vygotskij, ma la possibilità di trovare conferme di queste intuizioni nelle neuroscienze è un fatto accaduto molto più tardi.

Le ricerche degli ultimi trent'anni hanno consentito di mettere a punto dei modelli rivoluzionari proprio in questa direzione, e di trovare alternative convincenti a tendenze di tipo diverso, innatiste e per così dire “preprogrammate”, che sono state a lungo le opzioni dominanti e più attraenti per generazioni di studiosi.

L'idea di un'ampia parte del *cognitivismo*, che il cervello funzioni come una complessa macchina di calcolo, ha fatto pensare a tanti studiosi che il modo ottimale di pensare alle nostre competenze fondamentali fosse quella di individuare per ognuna di esse dei “moduli” specifici, innati e programmati dai tempi lunghi della selezione della specie. Esempio classico di questa impostazione è l'idea che noi acquisiamo il linguaggio perché portatori di strutture interne, già programmate ed ereditarie, che attendono solo l'esposizione alla lingua materna per attivarsi¹⁵. Ma il *modularismo*¹⁶ è uno stile di spiegazione che è applicabile

¹⁵ Sono le celebri tesi sostenute da Noam Chomsky a partire dagli anni sessanta, e riprese da tanti teorici, recentemente per esempio Steven Pinker; per una rassegna si veda D'Amico e Devescovi, 2013, pp. 15-23 e Lucangeli e Vicari, 2019, p. 160.

¹⁶ Il teorico di riferimento di questo indirizzo è Jerry Fodor; per una illustrazione di come varie abilità cognitive vengano correntemente interpretate da tanti studiosi in termini di moduli specifici, v. per esempio Karmiloff-Smith, 2015, p. 2.

alle nostre capacità più svariate: per esempio i deficit relazionali e di condivisione emotiva tipici dei disturbi autistici hanno spinto a pensare a un modulo speciale dentro di noi, una “teoria della mente”, che detterebbe le istruzioni per la nostra capacità di leggere gli stati emozionali e le credenze altrui. Danni specifici a questo modulo spiegherebbero i deficit dell’autismo¹⁷.

Questo indirizzo ancora molto vitale ha tratto conferma da un lato dal fatto che il cervello adulto si presenta, anche nelle rilevazioni di *neuroimaging*, un organo dai circuiti molto specializzati, per cui è facile pensare che molte abilità siano, detto in termini tecnici, funzioni “dominio-specifiche”¹⁸; dall’altro è stato condizionato dalla profonda influenza di ciò che è stato definito il “dogma” scientifico del XX secolo: la teoria del DNA, e l’idea che tutto ciò che siamo sia “codificato” ed ereditato nelle sequenze dei geni del DNA, che presiedono alla sintesi delle proteine, e che la conoscenza delle sequenze del genoma completo potesse contenere tutto quello che c’è di rilevante nel nostro “fenotipo”¹⁹.

¹⁷ Una esposizione di questa ipotesi in Vicari, Valeri e Fava, 2012, pp. 70-73.

¹⁸ Cioè gestite da aree o connessioni cerebrali dedicate specificamente (come “moduli” indipendenti) a quella funzione mentale e tendenzialmente preimpostate a tal fine. Il termine si contrappone a “dominio-generale”, che viene usato per indicare invece l’idea che una funzione mentale dipenda da connessioni capaci di fare più cose.

¹⁹ “Genotipo” e “fenotipo” sono i termini reciproci usati per designare rispettivamente l’insieme del repertorio genetico contenuto nella molecola di DNA e l’insieme di tutti i caratteri rilevabili che si manifestano attraverso l’ontogenesi

È chiaro come queste idee conducano a una concezione statica, definita una volta per tutte, dell'intelligenza individuale, e alla conseguenza di un ridimensionamento del ruolo dell'ambiente e delle modalità dell'apprendimento nella formazione dell'individuo, con un esito altamente deterministico. Ma, si diceva, nuove scoperte e formulazioni hanno cambiato notevolmente il quadro generale negli ultimi trent'anni, e fatto apprezzare l'enorme complessità dei processi che dal "genotipo" conducono al "fenotipo", alla piena manifestazione di ciò che siamo. Mi riferisco in particolare, nell'ambito delle neuroscienze e della psicologia dello sviluppo, all'orientamento *neurocostruttivista*, sostenuto da una grande pioniera e teorica, Annette Karmiloff-Smith²⁰.

L'idea centrale di Karmiloff-Smith è che, in totale contrapposizione alle tendenze cui ho accennato, le "traiettorie" del neurosviluppo siano estremamente variabili e non determinate dalle condizioni di partenza; esse costituiscono piuttosto un *continuum*, in cui le esperienze, e le loro conseguenze nel sistema, sono autentici principi costruttivi del sistema nervoso centrale.

individuale. Quanto e come il primo determini il secondo è la grande domanda, v. *infra* anche par. 1.4.

²⁰ L'approccio di Karmiloff-Smith è quello seguito anche dalle due studiose italiane che più hanno guidato il mio percorso nelle neuroscienze, Chiara Pecini e Daniela Lucangeli, nei loro rispettivi manuali (Pecini e Brizzolara, 2020; Lucangeli e Vicari, 2019).

Prendendo le mosse anche dallo studio dei disturbi evolutivi del neurosviluppo e dalla esigenza di offrire una spiegazione adeguata della loro mutevolezza e multidimensionalità, Karmiloff-Smith mostra come la specializzazione o “modularizzazione” delle funzioni, di fronte alla quale ci troviamo nell’individuo adulto, sia solo il punto di arrivo di un processo molto complesso di adattamento e modellamento delle strutture cerebrali²¹. Questo processo non sarebbe “dettato” passo dopo passo dall’informazione genetica²², dipenderebbe invece dalla capacità del cervello, dotato per così dire di linee di sviluppo più generali²³, di giungere alla grande specificità delle sue funzioni, in un lungo processo in cui l’apprendimento e l’esperienza hanno un ruolo centrale. Il punto di arrivo di questo processo di sviluppo è il *connettoma*²⁴, l’insieme unico e individuale delle connessioni

²¹ È bene notare come questa tendenza non significhi per Karmiloff-Smith che le strutture adulte siano necessariamente “dominio-specifiche”: “Resta una questione aperta se il cervello adulto sia strettamente modulare come alcuni teorici sostengono, con particolare riferimento al livello cognitivo, visto che ciò con cui abbiamo a che fare per tutta la vita sembra essere piuttosto l’interattività mutevole di reti cerebrali dinamiche” (Karmiloff-Smith, 2015, p. 9, traduzione mia).

²² “Data la complessità di un cervello umano completamente sviluppato (oltre cento miliardi di neuroni, ognuno connesso fino a 10 mila altri) e la scarsità del materiale genetico disponibile per costituire un cervello (qualcosa come 30 mila geni al massimo), il DNA chiaramente non può fornire un progetto complessivo della microstruttura del cervello” (Karmiloff-Smith, 2015, p. 6, traduzione mia)

²³ “General constraints”, ossia vincoli o indicazioni generali (Karmiloff-Smith, 1998, p. 391).

²⁴ Termine coniato in analogia e in parte in contrapposizione a genoma, cfr. Pecini e Brizzolara, 2020, p. 7; Lucangeli e Vicari, 2019, p. 29.

neuronali in cui la struttura neurobiologica e il complesso dei nostri pensieri, sentimenti, capacità, sono tutt'uno.

Un semplice esempio può illustrare meglio queste affermazioni: lesioni in punti del cervello che in età adulta comportano compromissioni a livello del linguaggio, non hanno invece questo tipo di effetto se si verificano in epoche molto precoci: questo perché nel corso del suo sviluppo il cervello è in grado di adottare altri circuiti per le stesse funzioni²⁵. L'attività neuronale sarebbe nelle prime fasi dello sviluppo molto distribuita e poco specializzata, dotata sì di alcune linee tendenziali di sviluppo, che tuttavia solo un complesso processo interattivo, essenzialmente *experience driven*, tra organismo e ambiente, rende possibile. Il rapporto natura-cultura (*nurture-culture*) cambia così notevolmente: l'esperienza e l'apprendimento sono addirittura fattori costruttivi del nostro cervello!

Karmiloff-Smith ha inquadrato questa posizione come una terza via, alternativa sia alla concezione "dominio-specifica" di molte funzioni del cervello (certe aree o circuiti "nascono" preimpostati per la loro funzione), che alla posizione empirista radicale per cui il cervello assomiglierebbe a una *tabula rasa* interamente riempita dall'esperienza²⁶, le cui funzioni sarebbero

²⁵ Karmiloff-Smith, 2015, pp. 4-5.

²⁶ V. Karmiloff-Smith, 1998, pp. 389 e 396.

tutte “dominio-generalì”. La sua proposta è invece quella di un approccio “*dominio-rilevante*”, “che sostiene che il cervello del bambino sia fornito di tendenze che sono rilevanti, ma inizialmente non specifiche, rispetto al processamento di determinati tipi di input”²⁷.

Questo modo di vedere le cose ha delle conseguenze enormi sul nostro modo di considerare tanto lo sviluppo “tipico” quanto quello “atipico” (disturbi del neurosviluppo)²⁸. È possibile notare infatti come le anomalie che si riscontrano nei disturbi del neurosviluppo (esempio: quelli dello spettro autistico) siano fenomeni estremamente complessi, poco suscettibili di una precisa individuazione fenotipica e soprattutto *multidimensionali* (possono riguardare ambiti e abilità molto diversi tra loro)²⁹. Come già osservato, risulta molto difficile ricondurli alla compromissione di singoli “moduli”, così come per la maggior parte di essi non esiste una precisa correlazione genetica³⁰. Un

²⁷ Karmiloff-Smith, 2015, p. 1, traduzione mia. Il dibattito odierno, tanto sulle funzioni cognitive in generale che sui disturbi neuroevolutivi, tra i quali anche la discalculia, è dominato da ricerche volte ad appurare se specifiche abilità siano da considerare “dominio-specifiche” (relative a moduli specifici) o “dominio-generalì” (cioè performance di strutture capaci di fare più cose in ambiti diversi). Il problema si pone per esempio per alcune abilità matematiche, o per quelle abilità complesse inquadrare dal termine *funzioni esecutive*.

²⁸ Lo studio dei disturbi del neurosviluppo ha costituito per le diverse scuole di pensiero un ambito di riflessione fondamentale per fare ipotesi e cercare conferme sul neurosviluppo in generale.

²⁹ Cfr. le varie trattazioni dei disturbi in Pecini e Brizzolara, 2020.

³⁰ Nel caso dell’autismo per esempio centinaia di siti del genoma potrebbero essere coinvolti, ma nessuno in maniera eminente; molti sono tra l’altro in comune con altri disturbi neuroevolutivi. V. Pecini e Brizzolara, 2020, pp. 353-4.

modo efficace di spiegarli, argomenta Karmiloff-Smith, è considerare il fatto che in realtà i vari geni o set di geni coinvolti nella codifica del nostro sistema nervoso centrale tendano a contenere informazioni non esaustive e *comuni* a diverse aree del cervello³¹. Ciò che accade è che questa componente genetica a monte, pure ovviamente importante, può dare vita a traiettorie molto diverse (e esiti diversi di compromissione nel caso dei disturbi, che riguardano quasi sempre più aree funzionali), che sono l'effetto delle intricatissime relazioni interne allo sviluppo del cervello, che interagiscono con esiti imprevedibili³² con i tanti fattori ambientali, cognitivi, comportamentali.

Tutto è insomma molto più correlato di quanto pensiamo, e la strada dello sviluppo molto più lunga; la stessa classificazione nosografica assume un valore molto relativo, perché ciò che conta è la comprensione della *complessità* dello sviluppo. È lo stesso motivo per cui “tipicità” e “atipicità” diventano etichette relative, poste come sono in un *continuum dimensionale*³³.

³¹ “L'impostazione neurocostruttivista considera una mutazione genetica come inizialmente espressa in modo decisamente esteso in molte regioni cerebrali e come riguardante molti domini cognitivi emergenti, ma in gradi diversi” (Karmiloff-Smith, 2015, p. 8, traduzione mia).

³² Si tratta cioè di un approccio *probabilistico*, non deterministico: v. *ivi*, p. 7.

³³ Proprio per questo motivo la classificazione più influente dei disturbi mentali, il *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders*, ha cambiato notevolmente la sua struttura nella sua ultima edizione (il DSM-5, uscito nel 2013), introducendo una prospettiva dimensionale con la categoria dei Disturbi del Neurosviluppo e per esempio con la nozione di *spettro* autistico. In questi disturbi sono stati inclusi anche i Disturbi

La concezione di Karmiloff-Smith ci offre anche un'immagine affascinante dell'evoluzione dell'uomo e della sua intelligenza: ciò che caratterizzerebbe questo fenomeno meraviglioso non sarebbe un aumento di "complessità genetica" (programmi, indicazioni specifiche per far qualcosa), sarebbe piuttosto il risultato di un fatto speciale: *"l'incremento della plasticità per l'apprendimento"*³⁴. L'apprendimento è la chiave di ciò che siamo, la nostra natura.

1.4 EPIGENETICA E AMBIENTE

Quanto si è appena visto comporta una revisione profonda dell'idea del rapporto fra genotipo e fenotipo, con un rifiuto di modelli deterministici e riduzionistici. Questo è stato possibile anche grazie a un'altra svolta decisiva nella biologia degli ultimi anni, una novità che ha scompaginato molte certezze: quella dell'*epigenetica*.

Specifici dell'Apprendimento, tra i quali la *discalculia*, che condivide come si vedrà questa caratteristica decisamente dimensionale.

³⁴ Ivi, p. 8, v. anche Karmiloff-Smith, 1998, pp. 390-1. Ancora: "L'evoluzione ha conferito alla neocorteccia umana una maggiore e più variata capacità di *apprendere attraverso il processo dello sviluppo stesso*" (Karmiloff-Smith 1998, p. 394, corsivo mio).

Il termine “epigenetica” viene impiegato in rapporto e in parte in antitesi a “genetica”³⁵: se la genetica mette in rilievo che i caratteri dello sviluppo sono codificati e definiti dal genoma contenuto nel DNA (il “dogma” del XX secolo), l’epigenetica, sempre nell’ambito della biologia molecolare, si occupa dei complessi meccanismi per i quali lo sviluppo e l’emersione del fenotipo sono determinati dalla fitta interazione con l’ambiente³⁶.

Come ho accennato in precedenza, l’approccio “DNA-centrico” è stato messo profondamente in crisi dalle scoperte della biologia dello sviluppo degli ultimi anni. Il completamento dell’intera mappatura del genoma umano nel 2003³⁷ mostra come in realtà meno del 2% di esso serva a codificare proteine e sia quindi portatore dei “tratti” dell’individuo; ciò che si sta scoprendo per varie vie è che il resto dell’informazione contenuta in esso (una volta definito sbrigativamente “*junk DNA*”, DNA spazzatura) costituisce un insieme di complessi meccanismi regolatori che innescano e modificano lo sviluppo in funzione dell’interazione con l’ambiente.

³⁵ Letteralmente il prefisso “epi-” vuol dire “sopra” la genetica. Il termine “epigenesi” è antico, e indicava una volta teorie per le quali gli esseri viventi si sviluppavano da una base informe, non determinata; è stato poi “ripescato” nella seconda metà del secolo scorso per indicare ciò che segue.

³⁶ Per un ottimo quadro di queste ricerche, cui faccio brevemente riferimento qui di seguito, si veda Lucangeli e Vicari, 2019, capitolo 3 (a cura, nello specifico, di Ernesto Burgio, Daniela Lucangeli e Maria Antonietta De Gennaro).

³⁷ Il *Progetto Genoma Umano*, promosso negli anni novanta da James Watson, uno degli scopritori del DNA, v. Lucangeli e Vicari, 2019, p. 47.

Tutto ciò rivoluziona il nostro modo di guardare allo sviluppo: questa sorta di *software* epigenetico, chiamato anche “*epigenoma*”, costituisce “un vero e proprio sistema molecolare complesso, aperto e reattivo alle informazioni provenienti dall’ambiente e in grado di determinare le caratteristiche morfo-funzionali specifiche che stabiliscono il destino e il comportamento dei trilioni di cellule che stabiliscono il nostro fenotipo fin dalle prime fasi dell’ontogenesi embrio-fetale e per la vita intera”³⁸.

Tornando sul neurosviluppo, il nuovo e ampissimo campo di ricerca dell’epigenetica è evidentemente molto vicino al neurocostruttivismo, che ne condivide gli orientamenti. E la psicologia dello sviluppo abbraccia una visione “*bio-ecologica*” che mette in relazione “il cambiamento e la costruzione delle dell’organizzazione mentale con le caratteristiche e i cambiamenti sia del sostrato neurale, sia del contesto relazionale e sociale”³⁹.

Il ruolo dell’*ambiente* diventa essenziale, a partire già dallo sviluppo fetale, nelle varie fasi dello sviluppo del nostro sistema

³⁸ Ivi, p. 48. Un altro fatto importantissimo che emergerebbe è che mentre per la teoria classica del DNA l’ambiente non sarebbe in grado di modificare direttamente il genoma (le mutazioni sono rigidamente casuali), qui si verificherebbe invece che le modifiche indotte dall’ambiente potrebbero essere variamente “registrate” da questi meccanismi regolatori e sarebbero suscettibili di essere tramandate di generazione in generazione: una novità straordinaria anche per la nostra rappresentazione dell’evoluzione dell’uomo e dell’intelligenza (ivi, pp. 54-57).

³⁹ Pecini e Brizzolara, 2020, p. 5.

nervoso centrale. Molti dei disturbi del neurosviluppo sembrerebbero per esempio riconducibili a perturbazioni nei meccanismi dello sviluppo come sinaptogenesi, potatura assonale (mancanza o eccesso di essa) e molti altri⁴⁰. Anche le varie fasi dello sviluppo del cervello e delle nostre capacità mentali sono caratterizzate da momenti ben definiti, in cui specifici meccanismi trasformativi si attivano, i cosiddetti *periodi critici* (o sensibili o di vulnerabilità)⁴¹.

Il periodo critico rappresenta una specifica finestra temporale in cui la plasticità neuronale risulta massima e i circuiti neuronali in risposta agli stimoli provenienti dall'ambiente esterno sono maggiormente sensibili, sia in termini di sviluppo che di recupero funzionale. È l'esperienza che determina, nel periodo critico, un cambiamento che è irreversibile e stabile e che può variare da individuo ad individuo⁴². Ne consegue l'importanza, fin dalle

⁴⁰ Karmiloff-Smith, 2015, p. 4 e Lucangeli e Vicari, 2019, pp. 42-45 e 58-67. In quest'ultimo in particolare si mette in luce come l'enorme aumento dei disturbi del neurosviluppo (e non solo di essi) nel Nord del pianeta negli ultimi decenni sia una conferma indiretta del modello epigenetico: essi sono da mettere purtroppo in relazione alle gravi alterazioni innanzitutto dell'ambiente dello sviluppo fetale e nei primi 2 anni di vita a causa dell'esposizione "a migliaia di molecole di sintesi potenzialmente neurotossiche quali pesticidi, metalli pesanti, e perturbatori endocrini presenti in placenta, nel sangue cordonale e nel latte materno". Alterazioni basilari a questo livello dello sviluppo determinano nel prosieguo della crescita complessi effetti a cascata.

⁴¹ Lucangeli e Vicari, 2019, p. 28.

⁴² Qui si distingue più precisamente fra plasticità *experience-expectant*, quando c'è una predisposizione innata che ha bisogno di stimoli specifici (per esempio quelli visivi per le reti neuronali adibite alla vista) e plasticità *experience-dependent*, ossia quella più collegata al ruolo dell'apprendimento e dei suoi aspetti cognitivi e comportamentali (Kolb e Gibb, 2014, ripreso da Lucangeli e Vicari, 2019, p. 28)

prime forme di interazione del bambino, delle caratteristiche del suo ambiente, tanto che negli ultimi anni è stata posta molta attenzione al concetto di *enriched environment*, ovvero *ambiente arricchito*, quella che viene definita da Rosenzweig come “la combinazione di stimoli inanimati e sociali complessi”⁴³.

Le strutture cerebrali hanno periodi di maturazione diversi e quindi periodi sensibili diversi. Ne segue che le funzioni mentali che dipendono da strutture cerebrali differenti variano in termini di malleabilità e possibilità di modificazione e che un ruolo importantissimo sia costituito dai tempi in cui esse vengono stimulate. È possibile distinguere due macroaree molto differenti in termini di modificabilità.

Tra le aree più recenti, la *neocorteccia* ha maggiore malleabilità, plasticità protratta, e minori effetti a cascata. Quindi alterazioni nell'organizzazione corticale hanno più probabilità di essere modificate dall'esperienza e a loro volta hanno meno effetti a cascata sullo sviluppo del resto del cervello in quanto hanno un ruolo minore nella guida del resto del funzionamento cerebrale.

Le *strutture più arcaiche*, generalmente localizzate nelle aree più profonde del cervello, come il *sistema limbico*, hanno invece minore malleabilità, e tendono ad uno sviluppo precoce, con maggiori effetti a cascata. Il sistema limbico è un complesso di

⁴³ Citato in Pecini e Brizzolara, 2020, p. 29.

strutture subcorticali molto antiche e interconnesse tra loro (tra cui ipotalamo, amigdala e ippocampo) responsabili tra l'altro del controllo delle emozioni e di regolazione di innumerevoli processi cognitivi⁴⁴.

Un sito cerebrale ad alta vulnerabilità agli eventi ambientali (e in particolare allo stress) è ad esempio *l'ippocampo*, struttura importante nei processi della memoria e dell'apprendimento. L'esposizione a precoci fattori stressanti (per esempio mancanza di cure materne o malnutrizione) può interferire con la sua maturazione strutturale e funzionale anche in modo permanente, condizionando i processi successivi di apprendimento e memoria in cui è altamente coinvolto.

La diversa plasticità delle varie aree, e la loro interazione complessa, è al centro degli studi neuroscientifici, e della loro comprensione delle dinamiche dello sviluppo. Si tratta di indicazioni preziosissime, che hanno ricadute importanti nello studio della psicologia dello sviluppo e nella teoria dell'apprendimento, e più specificamente sono guide importanti per l'apprendimento matematico, che sarà l'argomento dei prossimi capitoli.

1.5 ALCUNE SCOPERTE ILLUMINANTI

⁴⁴ Lucangeli e Vicari, 2019, pp. 218-9.

Si è già osservato come le nostre capacità mentali siano il prodotto dell'interconnessione di varie aree del cervello e di come una delle chiavi dell'intelligenza stia proprio nella formazione di una interconnettività estesa ed efficiente. Più che il risultato dell'attività di singoli moduli, le nostre abilità dipendono dall'interazione riuscita di varie aree, così come da molti circuiti che sono in grado di fare più cose.

Alcune scoperte e teorie recenti illuminano bene l'importanza di questo livello di analisi per capire il nostro funzionamento e le nostre capacità più complesse, come quella di ragionare. Vorrei offrire qui di seguito un rapido quadro di tre di esse, che possono dirci molto sia su aspetti generali dell'intelligenza che sull'apprendimento matematico.

Una delle scoperte più notevoli e influenti degli ultimi anni, resa possibile dalle tecniche di *neuroimaging*, è quella dei cosiddetti "**neuroni specchio**"⁴⁵. Si tratta del rinvenimento, in alcune specie di scimmie, di un'area del cervello ben definita che si attiva tanto se la scimmia *osserva* un'azione quanto se la *compie* in prima persona: questo "sistema specchio"⁴⁶ è anche estremamente articolato (atti diversi attivano aree neuronali specifiche). Quest'area del cervello ha il suo omologo nel cervello umano

⁴⁵ Per una sintesi v. Rizzolatti e Arbib, 1998; cfr. anche D'Amico e Devescovi, 2013. pp. 50-51.

⁴⁶ Rizzolatti e Arbib, 1998, p. 188.

nell'area di Broca, che, normalmente considerata afferente più al linguaggio, è anche coinvolta, secondo vari studi di *neuroimaging*, nell'attività motoria⁴⁷; in seguito è stato appurato come la presenza di reti di neuroni specchio sia molto più ampia, coinvolgendo per esempio anche il lobo parietale.

L'importanza di questa scoperta è enorme, e su vari fronti: essa consente di osservare come meccanismi percettivi, di azione e di pianificazione siano intimamente connessi fin dai loro elementi di base⁴⁸, e ci dice che la facoltà del linguaggio, che nel corso dell'evoluzione ha per così dire "colonizzato" e sviluppato circuiti originariamente sensomotori, è profondamente radicata nella nostra capacità motoria e gestuale. Rizzolatti argomenta come alle origini della *comunicazione* umana e delle prime forme di linguaggio gestuale e vocale nel genere *homo* ci sarebbe proprio questa "capacità mimetica", che avrebbe la propria base neurobiologica nel nostro sistema motorio⁴⁹.

Anziché poggiare su un modulo specifico, il linguaggio umano sarebbe dunque radicato nei nostri sistemi sensomotori, come confermano del resto le fasi di sviluppo e apprendimento del linguaggio nei primissimi anni di vita, in cui esperienza ed

⁴⁷ Ivi, p. 189.

⁴⁸ Cfr. Lucangeli e Vicari, 2019, p. 84.

⁴⁹ Rizzolatti e Arbib, 1998, pp. 192-3; v. inoltre D'Amico e Devescovi, 2013, pp. 67-68.

espressione motoria, gestuale e verbale sono essenzialmente interconnesse⁵⁰. Si tratta dunque di un esempio importante di quel modo di guardare alle nostre abilità mentali che nella letteratura scientifica attuale va sotto il nome di “*embodied cognition*” (“cognizione incarnata”): l’idea che anche le nostre capacità cognitive più “alte” siano rese possibili dall’integrazione col livello di cognizioni e percezioni sensomotorie e corporee in generale⁵¹.

Un altro capitolo importante del panorama degli studi di questi anni che ci dice molto su come orientare le pratiche di apprendimento, è lo studio delle **basi neurobiologiche delle emozioni**. Ciò che emerge da studi e modelli teorici vari è il complesso legame che intercorre **tra livello cognitivo ed emozioni**, e l’interconnessione profonda fra le aree del cervello più recenti, capaci delle performance cognitive più avanzate (la

⁵⁰ Per una trattazione di questo importante argomento si veda Lucangeli e Vicari, 2019, pp. 138-146, e D’Amico e Devescovi, 2013, capitolo 3 (a cura nello specifico di Pasquale Rinaldi e Virginia Volterra). L’ipotesi di una “continuità tra azioni, gesti e linguaggio” è al centro della cosiddetta *action based view of symbol development* nei primi anni di vita (D’Amico e Devescovi, 2013, p. 61). Su un altro versante, anche lo sviluppo delle competenze aritmetiche di base, si vedrà, è strettamente collegato all’azione manuale e alla percezione spaziale.

⁵¹ Cfr. Lucangeli e Vicari, 2019, p. 81, e D’Amico e Devescovi, 2013, p. 39. I neuroni specchio lasciano pensare che anche la nostra capacità di provare *empatia* e di accedere alla dimensione intersoggettiva siano collegate a questa base neuromotoria di cognizione degli atti intenzionali, v. Gallese, 2003. Sempre secondo Gallese, il sistema sensomotorio sarebbe una componente essenziale della nostra stessa capacità di “cogliere” i concetti astratti e rappresentarceli (Gallese e Lakoff, 2005).

neocorteccia) e strutture molto antiche come quelle del sistema limbico⁵².

Una teoria di questo tipo che ha avuto molta risonanza, e che ha contribuito a stimolare molti studi a seguire, è quella del “*marcatore somatico*”, formulata negli anni novanta da Antonio Damasio⁵³. La tesi di Damasio, scaturita anche dallo studio di particolari lesioni del cervello di alcuni pazienti, è che la nostra capacità di ragionare e di decidere dipenda in modo essenziale dalla capacità di registrare esperienze “colorandole” emotivamente. Le emozioni *marcherebbero* le nostre passate scelte e i loro esiti, e sarebbe attraverso questa via “emozionale” che le funzioni mentali, come l’attenzione e la memoria di lavoro, localizzate nella corteccia prefrontale, sarebbero in grado di attingere all’istante a cognizioni e a impiegarle nel modo giusto⁵⁴. L’*intuito*, che guida le nostre scelte e che ci consente di orientare i nostri ragionamenti, sarebbe il risultato dell’interazione continua delle cortecce prefrontali con i sistemi neuronali più antichi, come

⁵² Per uno sguardo d’insieme si veda Lucangeli e Vicari, 2019, capitolo 9 (nello specifico a cura di Daniela Lucangeli, Sabrina Bonichini e Maria Antonietta De Gennaro).

⁵³ Damasio, 1995.

⁵⁴ Cfr. *ivi*, pp. 7-8, 263-7 e 275. Damasio parla di “*marcatore somatico*” (cfr. *ivi*, p. 245) perché a loro volta le emozioni sarebbero il modo in cui il cervello percepirebbe in modi più o meno mediati gli stati *corporei*: si tratterebbe insomma anche qui di una forma di *embodied cognition*, sebbene qui si entri forse in un campo più filosofico che scientifico.

alcune aree del sistema limbico (ossia l'amigdala, il cingolato anteriore e l'ippocampo)⁵⁵, legati alle emozioni⁵⁶.

La ricerca più recente ha in effetti messo in luce come le funzioni delle strutture componenti il sistema limbico siano molto più ampie di quelle "di base" legate ai meccanismi regolatori dell'organismo e agli impulsi e alle emozioni: esse comprenderebbero vari processi cognitivi come la memoria, l'attenzione e il comportamento spaziale⁵⁷. L'amigdala e l'ippocampo in particolare costituirebbero due sistemi (distinti ma strettamente interagenti) attivi nei processi di memorizzazione, e questi ultimi sarebbero anche veicolati da e associati a valori emotivi: è per esempio confermato da vari studi che "*le emozioni favoriscono la memorizzazione di informazioni*"⁵⁸; e al contrario, se in corrispondenza di un apprendimento si ha un'associazione negativa, le conoscenze apprese saranno sempre collegate a quell'emozione, all'atto di riattingervi⁵⁹. Come si vedrà nel

⁵⁵ L'importanza di questa interconnessione emerge anche in tanti studi successivi basati sul *neuroimaging*, cfr. LeDoux, 2000; Phelps, 2008, che afferma in particolare come "nel tempo sia diventato sempre più evidente che i circuiti delle emozioni e delle cognizioni interagiscano dalla percezione iniziale alla capacità di prendere decisioni e al ragionamento" (p. 28, traduzione mia).

⁵⁶ Damasio fa vedere molto bene come per poter dare una spiegazione adeguata della nostra capacità di *ragionare* è necessaria una complessa interazione di sistemi funzionali del cervello (definito "un supersistema di sistemi", p. 66), e che non si possa pensare a un luogo unico per spiegare le nostre funzioni cognitive più avanzate, compresa quella del sé.

⁵⁷ Cfr. Lucangeli e Vicari, 2019, pp. 217-9 e 222.

⁵⁸ Ivi, p. 217; Phelps, 2008, pp. 33-7.

⁵⁹ *Ibidem*.

secondo capitolo, questo tipo di associazione può avere grande peso nel condizionare l'apprendimento della matematica.

Anche di grande importanza è il fatto che alcune strutture limbiche come l'amigdala siano coinvolte nella stimolazione dei processi attentivi e dell'*arousal*⁶⁰, e in generale la conferma che viene dagli studi che "le emozioni positive guidano l'apprendimento"⁶¹. Il costrutto così fondamentale della *motivazione* nella psicologia dell'apprendimento, ha chiaramente anche una base emotiva⁶².

Infine, proprio l'ambito della matematica ci mostra come anche competenze che sembrano abbastanza specifiche, come le nostre cognizioni numeriche di base, siano il frutto dell'interazione riuscita di tante abilità funzionali diverse, e pongono l'interrogativo su come questa interazione venga realizzata e gestita dal cervello. Il **modello del triplo codice** di Dehaene⁶³, che costituisce un riferimento essenziale per gli studi delle basi

⁶⁰ Phelps, 2008, pp. 37-40. "Arousal" è letteralmente "eccitamento", ma si tratta di un termine tecnico usato per indicare lo stato di attivazione del sistema nervoso centrale (spesso con riferimento al bambino), ossia del "livello di attenzione generalizzato di un individuo ed è correlato all'intensità potenziale dell'attenzione". (Pecini e Brizzolara, 2020, p. 136); è insomma una preconditione generale della capacità più specifica di focalizzare l'attenzione.

⁶¹ Hinton, Miyamoto e Della Chiesa, 2008, p. 92.

⁶² *Ibidem*. È nota l'importanza che per la psicologia dello sviluppo degli ultimi decenni ha avuto l'*apprendimento emotivo* nel quadro delle competenze metacognitive, cfr. Calvani, 2011; il costrutto dell'*intelligenza emotiva* ha acquisito un ruolo centrale a partire da Daniel Goleman (Goleman, 1994).

⁶³ Dehaene, 1992; si veda anche Amalric e Dehaene, 2016 per i risultati più recenti in termini di basi neurologiche del modello.

neurobiologiche della matematica, mette in rilievo come le nostre abilità numeriche e aritmetiche di base siano il risultato dello sviluppo della capacità di manipolare tre codici differenti in cui è espresso il numero: il codice “*analogico*” (che fa riferimento alla nostra innata, non linguistica, capacità di cogliere il numero e confrontare quantità), il codice *verbale-uditivo* (che è il livello lessicale, in cui esprimiamo i numeri nel linguaggio naturale) e il codice *arabo-visivo*, ossia il codice sintattico che ci consente di effettuare le operazioni. Questi codici hanno la loro base in altrettante modalità rappresentative, che per Dehaene, come si discuterà meglio nel prossimo capitolo, sono abilità di tre aree molto differenti del sistema nervoso centrale. La tesi di Dehaene è che, pur in questo quadro di abilità tendenzialmente dominio-specifiche, sviluppare da bambini già le prime competenze nel mondo inedito e bizzarro dei numeri e delle loro operazioni significa proprio acquisire varie capacità di *transcodifica* da un codice all’altro, ossia formare e stabilizzare complesse reti neurali che mettono in connessione le diverse aree coinvolte nel trattamento dei numeri, rendendone ottimale il collegamento.

Quello che ci dice Dehaene è che, già a livello di base, il senso dell’apprendimento matematico è nello sviluppo di interconnessioni, “le conoscenze matematiche non attivano un

circuito cerebrale specializzato, ma numerose reti diffuse”⁶⁴, e nell’acquisizione del loro *coordinamento*. L’apprendimento matematico è dunque essenzialmente un processo *evolutivo*, ed è soprattutto questione di intrecciare legami fra varie abilità di base appena abbozzate.

⁶⁴ Dehaene, 2010, p. 146.

CONCLUSIONI per punti:

- Il quadro delle neuroscienze si è profondamente rinnovato negli ultimi decenni sulla base della rivoluzione delle scienze cognitive e delle tecniche di indagine del cervello (*neuroimaging*).
- Caratteristica principale del nostro cervello è la *neuroplasticità*. Il cervello crea e modella le sue reti attraverso meccanismi essenziali, due tra questi: sinaptogenesi e potatura assonale. Visione *connessionista* ed *emergentista* delle funzioni cognitive.
- La neuroplasticità apre la strada ad un approccio evolutivo: il *neurocostruttivismo* di Karmiloff-Smith propone un modello affascinante dello sviluppo umano e dell'intelligenza. Le nostre abilità cognitive e le loro basi neurali non sono definite nel dettaglio dai geni e collocate in singoli "moduli" specifici, ma sono il risultato di un complesso processo globale di sviluppo e interazione con l'ambiente.
- L'*epigenetica*, novità rivoluzionaria degli ultimi anni, ha scompaginato le certezze nel dogma del DNA, avvicinando il quadro generale della biologia al disegno del neurocostruttivismo.
- Alcune scoperte recenti hanno rivoluzionato negli ultimi trent'anni la nostra visione del cervello: *neuroni specchio* ed

embodied cognition, importanza delle emozioni nei processi cognitivi, e *modello del triplo codice* di Dehaene.

CAPITOLO 2 – LA NOSTRA EREDITÀ NUMERICA

Le riflessioni che guidano questo secondo capitolo partono da una domanda cruciale che rivolgiamo alle neuroscienze “Matematici si nasce o si diventa?”. Nel **paragrafo 2.1** introdurrò al problema mostrando l’importanza di comunicare un’immagine corretta dell’apprendimento della matematica e di non alimentare il senso di *impotenza appresa* verso la disciplina. Le neuroscienze costituiscono un ambito essenziale per darci risposte e indicazioni. Nel **paragrafo 2.2**, d’importanza centrale per questa tesi, mostrerò come i vari percorsi a disposizione delle neuroscienze, tra psicologia sperimentale e ricerche tramite *neuroimaging*, convergono su risultati importantissimi: fin dalla nascita, essere umani e altri animali dispongono di un “senso del numero” (il cosiddetto *subitizing* e la capacità di cogliere numerosità approssimative) innato e appena abbozzato, di cui praticamente *tutti* siamo dotati; e il resto dello sviluppo delle competenze numeriche e aritmetiche è, nello spirito neurocostruttivista, un fatto di formazione e consolidamento di reti neurali che collegano al nostro senso del numero funzioni cognitive di vario tipo: visuo-spaziali, somatosensoriali, del linguaggio verbale e della memoria fonologica, capacità di manipolare codici simbolici. Matematici dunque *si diventa*: comprendere meglio in cosa consiste lo sviluppo delle abilità

matematiche approfondirò il *modello del triplo codice* di Dehaene, che ha posto le basi di questi studi e la ricerca sulle sue basi neurali. Nel **paragrafo 2.3** considererò traiettorie tipiche e atipiche dello sviluppo delle competenze numeriche e matematiche: lo studio della *discalculia evolutiva* è estremamente prezioso per valutare quali funzioni cognitive e reti neurali sono coinvolte nell'apprendimento matematico, confermando l'importanza di tanti livelli, anche dominio-generalisti. Infine nel **paragrafo 2.4** affronterò il tema degli aspetti *emotivi* dell'apprendimento e del ruolo dell'*errore*, cominciando a delineare, sulla base delle evidenze neuroscientifiche e di un confronto con i più recenti studi di didattica della matematica, che tipo di ambiente di apprendimento e quali pratiche educative sono adeguate al quadro delineato in questo capitolo.

2.1 MATEMATICI SI NASCE O SI DIVENTA?

È forse la prima domanda che istintivamente rivolgiamo alle neuroscienze dal punto di vista della nostra *folk knowledge*, non sapendo bene come approcciare quello strano oggetto che è la conoscenza matematica. Indubbiamente è una domanda molto semplificatoria, se si pensa a come la matematica sia in realtà una costruzione molto eterogenea e un sistema molto complesso, in cui i processi cognitivi ed emotivi implicati sono tanti: memoria,

linguaggio verbale, ragionamento visuo-spaziale, velocità d'elaborazione, creatività e pensiero divergente, controllo degli impulsi...

Tuttavia porsi una domanda del genere, e provare a darne una risposta che possa orientarci, è importante, perché il modo in cui “raccontiamo” la matematica ai bambini e ai ragazzi è fondamentale, e il rapporto di ognuno con la matematica ha ripercussioni in tutto l'arco della sua vita. Ognuno di noi può ricordare di essere stato esposto fin da bambino a visioni del tutto inadeguate del mondo della matematica, e ancora peggio a valutazioni definitive e inappellabili delle capacità proprie e altrui. *“Non preoccuparti se la matematica non fa per te, sei molto più portata per le materie letterarie”*: chissà quanti giovani adolescenti hanno ormai interiorizzato questo messaggio che si porteranno dietro e che inciderà non poco nelle scelte della propria vita. Altri studenti ricevono lo stesso messaggio implicito attraverso valutazioni e scelte didattiche dubbie.

Troppi bambini sono condizionati a credere di non avere le capacità di apprendere, e fin dai primi anni vengono classificati in categorie difficili da ribaltare. Un famoso studio inglese ha dimostrato che ben l'88% degli studenti che fin dalla scuola d'infanzia vengono giudicati e collocati in una determinata fascia

di valore, rimangono ancorati a quel giudizio per il resto della carriera scolastica⁶⁵.

Nella mente di un ragazzo che sta provando difficoltà con questa materia si instaura una sola possibile spiegazione: non sono portato, o comunque ho imparato che non posso. Difficile che metta in discussione il sistema di insegnamento e, anche in questo caso il risultato è il senso di frustrazione, quel fenomeno che prende nome di *impotenza appresa (learned helplessness)*⁶⁶. Con questo nome Martin Seligman e i suoi colleghi definirono un curioso fenomeno osservato in un esperimento degli anni settanta⁶⁷. La perdita di controllo sull'ambiente o l'aspettativa di non poter controllare l'ambiente appaiono quando il soggetto ha provato diversi modi per uscire da una situazione e non ci è riuscito. Questo provoca sofferenza e impotenza, arrivando a pensare: "se deve essere, sarà".

⁶⁵ Dixon, 2002.

⁶⁶ Che è praticamente l'opposto del senso di *autoefficacia (self-efficacy)*, concetto introdotto da Albert Bandura, cfr. Calvani, 2011, pp. 24-25), che nell'ambito della psicologia cognitiva indica proprio la convinzione, mediata da esperienze positive, di essere in grado di portare a termine un compito, con tutte le implicazioni motivazionali e di costruzione di sé che ciò comporta.

⁶⁷ Hiroto e Seligman, 1975. Essi posizionarono un gruppo di studenti all'interno di una stanza in cui vi era un rumore fastidioso e una consolle. Gli studenti provarono a diminuire il rumore manipolando i tasti della consolle ma senza risultato, i tasti erano stati disattivati. Agli stessi studenti venne chiesto di cambiare stanza e si ritrovarono in una situazione simile: consolle e rumore fastidioso. Questa volta però i tasti erano funzionanti. Gran parte di questi studenti non provò neanche ad utilizzare la consolle. Avevano appreso che non potevano cambiare la situazione spiacevole.

È evidente che questo ha una ricaduta enorme sulla stessa concezione di sé di un bambino o di un ragazzo, e sulla strutturazione della sua personalità, oltre che sulla direzione dei suoi apprendimenti e dei suoi interessi. È una parte importante del nostro compito educativo fornire un ambiente d'apprendimento differente per la matematica, e avere a disposizione strumenti per smuovere questo senso di impotenza quando ci troviamo di fronte ad esso, fornendo percorsi alternativi.

Questi insomma i motivi per cui la domanda posta all'inizio è così rilevante, e le neuroscienze sembrano, il luogo deputato a fornirci una risposta. Per quanto l'ipotesi dell'innatismo per la matematica abbia una storia lunghissima, da Platone in poi⁶⁸, e possa, come altri campi dell'intelligenza, fin troppo facilmente appoggiarsi a supposti argomenti di determinismo genetico, la risposta articolata e pure ancora aperta che le neuroscienze oggi sono in grado di darci è molto diversa.

⁶⁸ Con esiti molto diversi sul carattere più o meno elitario o "democratico" di questa conoscenza però: per esempio Ruggero Bacone (c. 1220-1292) scriveva: "La conoscenza degli enti matematici è in gran parte innata in noi...È la più facile di tutte le scienze, il che è evidente, visto che nessuna mente la rifiuta. Infatti persone comuni e gente del tutto illetterata sanno contare e fare i conti" (citato in Feigenson, Dehaene e Spelke, 2004, p. 307, traduzione mia).

2.2 CERCARE UNA RISPOSTA NELLE NEUROSCIENZE

Le neuroscienze hanno a disposizione strumenti molto diversi per avvicinare questo tipo di questioni. Tre vie forniscono in particolare indicazioni molto preziose sulle basi delle nostre abilità numeriche: lo *studio delle traiettorie del neurosviluppo* (tipiche e atipiche), e questo fin dai primi mesi di vita, osservando se il bambino è in grado di percepire il numero ed è in grado di quantizzare; la *psicologia comparata*, che studia se esistono competenze matematiche in altri primati o animali; la ricerca sulle *basi neurofunzionali*, attraverso le tecniche di *neuroimaging*.

Il primo grande filone ci offre risposte chiare: esistono abilità numeriche di base, *di natura pre-linguistica e non simbolica*, presenti nell'uomo fin dalle prime settimane di vita, che vengono variamente indicate come "*senso del numero*"⁶⁹ o "*subitizing*"⁷⁰. Vari test effettuati su bambini a partire dalle prime settimane di vita mostrerebbero infatti la presenza di questo nucleo innato di capacità, frutto del nostro cammino evolutivo e non legata a contributi o invenzioni culturali: la capacità di comprendere

⁶⁹ Dehaene, 1992.

⁷⁰ "*Subitizing*" è un neologismo (introdotto nella seconda metà del secolo scorso dall'aggettivo latino "*subitus*"), che indica la capacità di riconoscere immediatamente, *senza contare* (per così dire "a colpo d'occhio") piccole quantità numeriche, fino a 3-4 unità. Sulla differenza essenziale fra *subitizing* e *counting* (il processo di enumerazione di quantità più grandi) cfr. Trick e Pylyshyn, 1994.

l'ambiente in termini di numerosità sarebbe presente in noi fin dall'inizio, e costituirebbe un'abilità di base agli inizi del nostro lungo percorso adattivo⁷¹.

I test effettuati su bambini di pochi mesi, mostrano più nello specifico *due* competenze di base o "*core systems*"⁷², ossia due distinte capacità di rappresentazione immediata della quantità: 1) un cosiddetto *sistema di individuazione di oggetti multipli* (OTS, da *Object Tracking System*), che consente la rappresentazione esatta e immediata di piccole quantità di item (fino a 4, il *subitizing* che si è detto sopra); 2) un *sistema della numerosità approssimata*, (ANS, da *Approximate Number System*), che consente la rappresentazione approssimata immediata (cioè ancora una volta: *senza contare*) di numerosità più grandi, rendendone possibile il confronto⁷³. Questa seconda capacità tende ad affinarsi con lo sviluppo⁷⁴, e costituisce anche un indice importante di valutazione delle traiettorie di sviluppo atipiche nell'apprendimento matematico⁷⁵.

⁷¹ Studi di Elizabeth Spelke e altri; per una rassegna di queste scoperte si veda Feigenson, Dehaene e Spelke, 2004; Dehaene, 2010, Capitolo 2, che tra l'altro mostra bene come questo scompagini completamente le assunzioni di Piaget sulla lenta formazione del concetto di numero nei bambini.

⁷² V. sempre Feigenson, Dehaene e Spelke, 2004. Si tratta di test in cui in vario modo di verifica la capacità dei bambini di riconoscere quantità di oggetti o punti luminosi, raffrontarli, seguirne le traiettorie in movimento.

⁷³ Si veda Biancardi, Mariani e Pieretti, 2017, pp. 18-19 e 30-31.

⁷⁴ Addirittura cresce fino alla prima adolescenza (ivi, p. 32).

⁷⁵ Il cosiddetto indice di *acuità numerica* (ivi, pp. 31-33).

Non meno sorprendenti le scoperte del secondo filone, quello legato alla psicologia comparata, in cui ricerche recenti hanno rilevato il senso del numero in varie specie e fornito la sensazionale scoperta che tutti i vertebrati, scendendo fino ai pesci, possiedono delle abilità di riconoscimento numerico di base, seppur rudimentali⁷⁶. Come per i bambini, anche per molti animali si confermerebbe la tendenza ad avere due distinte competenze di base, una per le piccole quantità, una per i confronti approssimativi di grandezze⁷⁷. Il valore adattivo di tale capacità di confrontare grandezze e seguire un piccolo numero di traiettorie, può fornire una spiegazione della formazione molto antica, che precede di molto il genere *homo*, di questa abilità pre-simbolica.

Nel caso delle scimmie, le cui competenze matematiche e/o simboliche sono state oggetto di molti studi negli ultimi decenni, sarebbe stata addirittura riscontrata la capacità di compiere operazioni aritmetiche elementari. Cantlon e Brannon⁷⁸ hanno mostrato che alcune scimmie arriverebbero a una “*approximate mental arithmetic*”: attraverso esperimenti condotti impiegando punti luminosi su uno schermo, i loro macachi si sarebbero mostrati capaci di compiere *addizioni* elementari (venivano

⁷⁶ Agrillo *et al.*, 2012.

⁷⁷ Cfr. di nuovo la rassegna di Feigenson, Dehaene e Spelke, 2004.

⁷⁸ Cantlon e Brannon, 2007.

premiati se in grado di scegliere, sempre approssimativamente, la somma di piccoli insiemi di punti). È ovviamente molto difficile valutare la portata e il senso di questi esperimenti su operazioni mentali, che tuttavia confermano pienamente la capacità delle scimmie di avere rappresentazioni distinte di numerosità.

Partendo dalle prime evidenze di questo tipo⁷⁹, Stanislas Dehaene ha avuto il merito di proporre un modello illuminante⁸⁰ di architettura delle nostre abilità numeriche e aritmetiche di base: quel *modello del triplo codice* cui ho già fatto riferimento alla fine del primo capitolo. Il fascino e la novità dell'impostazione di Dehaene dipende innanzitutto dal fatto che abbia rivendicato la necessità di supporre una “rappresentazione non verbale, analogica delle quantità numeriche”⁸¹ nell'essere umano. Andando contro tendenze cognitiviste allora prevalenti, secondo cui la competenza matematica sarebbe stata da identificarsi col calcolo (e dunque con innate competenze *simboliche*)⁸², il “codice analogico” di Dehaene, questa capacità di quantificazione, di

⁷⁹ E sulla base di varie osservazioni di psicologia sperimentale e dei dati forniti da un altro strumento classico delle neuroscienze: vedere quali tipi di compromissioni sono causate da lesioni cerebrali, e se abilità diverse siano sempre compromesse insieme o meno.

⁸⁰ Dehaene, 1992.

⁸¹ Ivi, p. 2.

⁸² Linea di pensiero proposta per esempio da Chomsky (cfr. ivi, p. 3), secondo il quale: “*the origin of the mathematical capacity [lies in] an abstraction from linguistic operations*” (citato in Amalric e Dehaene, 2016, p. 4909). Come per la sua teoria del linguaggio verbale, bisognerebbe pensare dunque che anche le abilità matematiche sarebbero dovute a un qualche *set* completo di istruzioni simboliche innate.

approssimazione e di intuizione schematica immediata di elementi visuo-spaziali, come si è visto già presente *in nuce* nei neonati, sarebbe una componente fondamentale nella costruzione della nostra cognizione matematica⁸³.

Dehaene mostra per varie vie come questo codice analogico sia distinto dal livello della manipolazione simbolica/sintattica propria del *codice arabo-visivo* e dal livello lessicale del codice verbale-uditivo⁸⁴, e che anche questi due costituiscono due sistemi distinti. L'acquisizione delle abilità numeriche e aritmetiche diventa così questione dello sviluppo delle abilità di "transcodifica" da un codice all'altro (che sono continuamente richieste per arrivare a padroneggiare i numeri), e delle corrispondenti connessioni neurali⁸⁵. È importante notare il fatto che, anche con lo sviluppo individuale e l'acquisizione di competenze matematiche più avanzate, le capacità di calcolo e le strutture simboliche *non si sostituiscono* alla nostra capacità

⁸³ La bellezza di questo saggio è anche nel fatto che neuroscienze e psicologia sperimentale pongono qui una seria sfida all'idea che l'essenza dei numeri stia in una acquisizione concettuale complessa (Frege, Piaget), cfr. Dehaene, 1992, p. 34.

⁸⁴ Quest'ultimo sarebbe legato alla memoria fonologica e sarebbe importante sia nell'acquisizione dell'abilità di contare sia per la fissazione di alcuni "fatti" matematici, come le tabelline, cfr. Dehaene, 2010, pp. 136-8.

⁸⁵ Benché si tratti dunque della proposta di alcuni moduli specifici distinti, la posizione di Dehaene non corrisponde alle tendenze cognitiviste (accennate nel primo capitolo) per le quali noi disporremmo, alla base di nostre varie abilità, dei "moduli" costituiti da insiemi di istruzioni precise e programmate: al contrario l'accento di Dehaene (si è già visto alla fine del par. 1.5) è sul lungo processo di apprendimento che coinvolge abilità appena abbozzate, e a cui corrisponde il complesso sviluppo delle connessioni cerebrali.

intuitiva di cogliere grandezze: l'autentica comprensione matematica resterebbe invece proprio nella capacità di "traduzione" continua fra codici simbolici sempre più astratti e la loro rappresentazione analogica, intuitiva⁸⁶.

Le neuroscienze hanno poi intrapreso, grazie alla via sempre più accessibile e dettagliata del *neuroimaging*, la ricerca sulla localizzazione di queste abilità di base, e in generale dei percorsi di attivazione del cervello mentre è impegnato in attività matematiche. Al modello del triplo codice Dehaene e i suoi collaboratori hanno fatto seguire esperimenti e ipotesi sulle aree di attivazione della nostra intelligenza matematica: in particolare sarebbe stato individuato nella *corteccia parietale inferiore* il luogo deputato per l'elaborazione del senso del numero, e anche per alcune capacità visuo-spaziali ad esso collegabili, come quella di disporre i numeri sulla linea numerica⁸⁷. La rappresentazione verbale dei numeri e la memoria dei fatti aritmetici avrebbe a che fare con l'area sinistra del cervello (quella appunto normalmente legata al linguaggio)⁸⁸, mentre l'abilità di calcolo si appoggerebbe

⁸⁶ Ivi, pp. 19-20.

⁸⁷ Dehaene, 2010, pp. 202-4; Dehaene *et al.*, 2003. Non sarebbe chiaro se i due *core system* siano basati sugli stessi circuiti, v. Feigenson, Dehaene e Spelke 2004, pp. 311-2. Sull'importanza di elementi visuo-spaziali nella rappresentazione mentale dei numeri si veda anche de Hevia, Vallar e Girelli, 2008.

⁸⁸ Dehaene 2010, pp. 208-10.

ad altre reti neurali, con ipotesi differenti che si sono succedute nel tempo⁸⁹.

Importante è poi rilevare che, anche per Dehaene, dovunque si tenda a situare una serie di meccanismi automatizzati ed eterogenei che noi impieghiamo nella matematica, essenziale è la capacità del cervello di raccordarli, ossia il problema “dell’organizzazione delle reti mentali distribuite”⁹⁰: e questa è opera dei circuiti della corteccia prefrontale, che sono in grado di attingere anche al livello delle aree subcorticali e di impiegare le varie rappresentazioni nella memoria di lavoro.

Un esperimento più recente, coordinato da Dehaene, può chiarire meglio dove ci conducono le considerazioni fatte finora, anche per le abilità matematiche più avanzate⁹¹. Sottoponendo alle più recenti tecniche di *neuroimaging* un gruppo di matematici professionisti alle prese con asserzioni riguardanti vari ambiti matematici (analisi, algebra, topologia, geometria) è emersa innanzitutto la conferma che le aree attivate non si sovrappongono alle regioni classiche dell'emisfero sinistro

⁸⁹ Entrambi gli emisferi sono in grado di manipolare le cifre arabe, e i risultati più recenti disponibili grazie alle tecniche di fMRI tendono a mettere in evidenza l’attivazione contemporanea di più reti bilaterali in concomitanza con l’elaborazione numerica e il calcolo: aree intraparietali, prefrontali e temporali inferiori. Queste ultime sarebbero forse più specificamente collegate al codice arabo-visivo (Amalric e Dehaene, 2016, pp. 4909 e 4915)

⁹⁰ Dehaene, 2010, p. 213.

⁹¹ Amalric e Dehaene, 2016.

coinvolte nell'elaborazione del linguaggio e nella semantica verbale⁹². Pensare in termini matematici è dunque qualcosa che ha poco a vedere con il linguaggio verbale; tutti i domini matematici testati reclutano invece, una rete bilaterale alternativa di regioni intraparietali, prefrontali, temporali inferiori⁹³, la stessa che si attiva anche quando sia matematici o che non matematici (altra parte importante di questa serie di esperimenti) riconoscono e manipolano i numeri mentalmente.

Due cose importanti emergono: la prima è che se pure una specifica funzione analogica resterebbe collegata all'area intraparietale (come già si è visto), il funzionamento delle nostre abilità matematiche dipende per Dehaene soprattutto dal coinvolgimento di molte reti neurali che agiscono insieme, e che, pur accomunate dal fatto di essere non verbali, *non* sono "dominio-specifiche". Nel corso del tempo Dehaene sembra cioè aver accentuato una posizione meno "modulare", per la quale questi circuiti sono collegati a funzioni visuo-spaziali, temporali,

⁹² Amalric e Dehaene riportano anche la convinzione di Einstein al riguardo: "Le parole e il linguaggio, sia scritto che parlato, non paiono avere alcun ruolo nel mio processo di pensiero" (ivi, p. 4909, traduzione mia).

⁹³ Senza differenze particolari tra i diversi ambiti (algebra, geometria ecc.), altra cosa molto interessante (cfr. ivi, p. 4915).

simboliche molto varie⁹⁴ e *non specifiche* della matematica, che qui Dehaene definisce esplicitamente “*dominio-general*”⁹⁵.

La seconda è relativa al confronto fra adulti, matematici professionisti e non, nell’attivazione di aree in corrispondenza di asserzioni e operazioni matematiche: le aree che si attivano in entrambe le categorie sono le stesse, indipendentemente dalla complessità del compito⁹⁶. Ciò che caratterizza i matematici non è una maggiore dotazione innata del senso del numero (la regione intraparietale corrispondente è identica), ma *solo una maggiore connettività tra aree differenti*⁹⁷.

Se questo è vero potremmo dare a queste ricerche una interpretazione che va nella direzione: tutti noi nasciamo predisposti alla matematica. *Tutti* condividiamo un senso del

⁹⁴ A queste aree di funzionamento bisognerebbe aggiungere anche quelle *sensomotorie*: altre ricerche molto recenti che hanno impiegato l’fMRI sulla fascia 8-13 anni mostrano come, in corrispondenza di operazioni aritmetiche, si attivino *le aree somatosensoriali collegate alle dita e aree motorie* (Berteletti e Booth, 2015). Si tratta di una scoperta di grande rilevanza, in linea con l’idea della *embodied cognition* (cfr. supra, par. 1.5). Per conseguenze e applicazioni di questi dati in ambito didattico v. Capitolo 3.

⁹⁵ *Ibidem*, dove si parla per esempio, a proposito di queste reti, di un “*general purpose network’ valid in all effortful cognitive task (...). This network is fully domain-general*”. Cfr. Dehaene *et al.*, 2003 dove già si conduceva un’analisi più dettagliata del lobo parietale inferiore, in cui veniva messo in luce come anche in quest’area si potessero localizzare funzioni diverse: sia il nostro senso del numero più “*dominio-specifico*” sia una serie di competenze “*più ampie*” collegate per esempio all’aspetto visuo-spaziale e all’attenzione (pp. 488 e 501).

⁹⁶ Amalric e Dehaene, 2016, p. 4916. Il pensiero matematico di alto livello non farebbe che reclutare dunque gli stessi circuiti di base impiegati nelle prime acquisizioni numeriche e aritmetiche in età evolutiva.

⁹⁷ *Ibidem*.

numero innato appena abbozzato⁹⁸, così come le varie funzioni più generali: lo sviluppo della nostra abilità matematica dipende soprattutto dall'*integrazione* di questi sistemi, che è il risultato di un lungo processo evolutivo e adattivo, in cui la qualità dell'apprendimento risulta decisiva.

2.3 L'APPRENDIMENTO MATEMATICO:

TRAIETTORIE EVOLUTIVE

Lo sguardo sulle traiettorie del neurosviluppo non si limita ovviamente al testare le capacità dei neonati, ma offre molteplici dati sulle varie fasi dello sviluppo delle competenze matematiche nei bambini, fino all'adolescenza, col progressivo affinarsi di strumenti cognitivi e capacità astrattive. Proprio qui troviamo indicazioni molto preziose sull'incidenza della dipendenza delle abilità matematiche da fattori innati o acquisiti.

La ricerca di psicologia sperimentale ha potuto definire meglio le fasi tipiche dell'apprendimento matematico, collegandole ad altrettante fasi dello sviluppo neurofunzionale. L'individuazione più precisa dei periodi critici dello sviluppo delle abilità numeriche, partendo dal limitato senso del numero di cui siamo dotati alla nascita, costituisce un'indicazione che dovrebbe essere

⁹⁸ A parte una percentuale molto ristretta di discalculici puri, v. par. successivo.

essenziale per definire le pratiche educative e la scansione dei percorsi scolastici. In particolare lo sviluppo delle competenze numeriche è reso possibile dall'emersione di una serie di funzioni cognitive, visuo-spaziali, somatosensoriali negli anni dello sviluppo prescolare⁹⁹.

Di grande importanza è qui lo studio delle traiettorie *atipiche* dello sviluppo delle abilità matematiche, ossia della cosiddetta *discalculia evolutiva* o (categoria alternativa e non del tutto coincidente) *disturbi dell'apprendimento matematico (Mathematical Learning Disabilities)*¹⁰⁰. La discalculia evolutiva, compresa nei *disturbi dell'apprendimento scolastico (DSA)*, è evidenziata dalle difficoltà emergenti nei primi anni di scuola primaria nello sviluppo di competenze numeriche ed aritmetiche¹⁰¹. Le stime dell'incidenza del disturbo nella popolazione mondiale sono poi estremamente variabili, ma si attesterebbero mediamente intorno al 5-6%¹⁰².

Quello che emerge dagli studi dedicati al tipo di compromissione (neuronal e funzionale) che si riscontra nei

⁹⁹ Tornerò più specificamente su queste fasi dello sviluppo del numero nel prossimo Capitolo, par. 3.2. Cfr. ivi anche per la bibliografia relativa.

¹⁰⁰ Biancardi, Mariani e Pieretti, 2017.

¹⁰¹ In Pecini e Brizzolara, 2020 viene definita esattamente "un disturbo persistente delle competenze aritmetiche di base, quali leggere e scrivere i numeri, comprendere il loro significato quantitativo, contare, eseguire calcoli a mente e per iscritto, recuperare automaticamente i risultati delle tabelline e di altre semplici operazioni" (p. 330).

¹⁰² Ivi, p. 51.

bambini con discalculia evolutiva¹⁰³, è che solo in una piccola parte dei casi, inferiore all'1% della popolazione¹⁰⁴, è pensabile ipotizzare una specifica compromissione del “senso del numero”¹⁰⁵ e dell'area del solco intraparietale che presiederebbe a questa funzione¹⁰⁶. Per la maggioranza dei casi non c'è un problema “modulare” di base (il *subitizing* e la capacità di cogliere grandezze approssimative), ma le difficoltà dipendono piuttosto da “un deficit nelle capacità procedurali di automatizzazione nella transcodifica numerica, dei ‘fatti aritmetici’, delle capacità di calcolo”¹⁰⁷.

A determinare la grande maggioranza dei casi di discalculia sarebbero dunque una serie di problemi collegati proprio ai processi di transcodifica tra i tre codici di Dehaene, o comunque alla loro integrazione. Detto in termini ancora più estesi, negli ultimi anni è emerso in molti studi come i disturbi dell'apprendimento matematico dipendano da un mix di fattori

¹⁰³ Per la discussione di questo problema si veda l'ottimo capitolo 3 di Biancardi, Mariani e Pieretti, 2017, “La discalculia evolutiva: teorie e prospettive a confronto”, a cura di Sara Caviola e Denes Szücs. Cfr. inoltre Rubinstein e Henik, 2009; Schleifer e Lamberl, 2011.

¹⁰⁴ Si tratterebbe di una compromissione specifica piuttosto rara: Biancardi, Mariani e Pieretti, 2017, p. 24. Cfr. anche Schleifer e Lamberl, 2011.

¹⁰⁵ Con cui si intendono sempre i due *core system* che si sono visti nel paragrafo precedente, ossia il *sistema di individuazione di oggetti multipli (subitizing)* e il *sistema di numerosità approssimata*.

¹⁰⁶ In questi casi si parlerebbe di discalculia “profonda” o “semantica”, Pecini e Brizzolara, 2020, pp. 330 e 336.

¹⁰⁷ Pecini e Brizzolara, 2020, p. 330. Si parlerebbe qui invece di “discalculia procedurale”, e a questa ampia casistica si tendono a riferire nello specifico i *disturbi dell'apprendimento matematico* di cui si è parlato sopra (Rubinstein e Henik, 2009).

più dominio-generalì: abilità visuo-spaziali, funzioni linguistiche, memoria di lavoro e altre funzioni esecutive¹⁰⁸. Come scrivono Caviola e Szücs¹⁰⁹, “la ricerca comportamentale degli ultimi anni ha individuato diverse funzioni cognitive nello sviluppo matematico, proponendo diverse spiegazioni alternative del disturbo”: memoria fonologica, memoria di lavoro verbale e visuo-spaziale, abilità visuo-spaziali, abilità di rappresentazione e strategie di soluzione, e ancora abilità di inibizione e attentive, sono tutte emerse come elementi costitutivi dell’apprendimento matematico, e la loro compromissione è stata variamente osservata nella discalculia evolutiva¹¹⁰.

Queste conclusioni ci fanno comprendere bene come l’apprendimento matematico, fin dai suoi primissimi anni, si basi non su una abilità specifica (e magari innata) ma su una “complessa rete cognitiva”¹¹¹, che è compito dell’insegnamento

¹⁰⁸ Con “*funzioni esecutive*”, un campo essenziale della ricerca psicologica e neuroscientifica degli ultimi anni, si intende in generale una famiglia di “processi cognitivi di alto livello, spesso associati con i lobi frontali, che controllano i processi di livello più basso al servizio del comportamento volto a un obiettivo” (Friedman e Miyake, 2017, p. 186). Esse sono variamente classificate, ma le principali sarebbero il *controllo inibitorio*, la *memoria di lavoro* e la *flessibilità cognitiva*, su cui si basano poi funzioni ancora più alte come “ragionamento, *problem solving* e pianificazione” (Diamond, 2013). Sono considerate in massima parte capacità dominio-generalì (Lucangeli e Vicari, 2019, p. 223).

¹⁰⁹ Biancardi, Mariani e Pieretti, 2017, pp. 56-61.

¹¹⁰ Gli studi condotti da Szücs riportati ivi giungono a mettere in primo piano come fattori dell’apprendimento matematico “memoria a breve termine e di lavoro visuo-spaziale, conoscenza verbale e funzionamento esecutivo generale” (ivi, p. 59).

¹¹¹ *Ibidem*. Cfr. ancora Fias, Menon e Szücs, 2013, che parlano di “multi-component cognitive systems” alla base dell’apprendimento matematico (p. 44).

attivare attraverso una molteplicità di strumenti e di approcci (“multifattorialità” dell’apprendimento matematico”¹¹²). Tutto questo ci pare particolarmente consonante con lo spirito del neurocostruttivismo: anche per l’apprendimento matematico dobbiamo pensare a mille traiettorie diverse, che sono la combinazione di tanti fattori, neurali ed esperienziali. I dati così variabili della discalculia fanno pensare del resto proprio a una prospettiva *dimensionale*. E se si guarda al dato impressionante per il quale il 20% dei bambini italiani ha “difficoltà gravi nel calcolo”¹¹³, non è possibile pensare a un disturbo specifico, ma bisogna riconoscere la responsabilità enorme della scuola e l’inadeguatezza di quello che si sta facendo oggi.

La didattica matematica dovrebbe innanzitutto saper offrire un’idea della matematica e del suo apprendimento come una scoperta e un impegno accessibile a tutti, non come una dote misteriosa e *sui generis*¹¹⁴. La matematica stessa è del resto in sé qualcosa di estremamente eterogeneo, fatto di elementi molto diversi tra loro e di percorsi vari, associazioni e relazioni inedite, congetture, scoperte inaspettate anche di ciò che può valere come ragionamento o dimostrazione e cosa no. E la riflessione più aggiornata sulla didattica della matematica mostra ormai

¹¹² Biancardi, Mariani e Pieretti, 2017, p. 22.

¹¹³ Lucangeli, 2019, p. 167.

¹¹⁴ Con l’idea conseguente della “incontrollabilità del successo in matematica” (Di Martino e Zan, 2019, p. 20).

chiaramente come nell'apprendimento matematico un ruolo importante vada attribuito a una capacità di riflessione ancora più generale e globale: lo sviluppo delle competenze *argomentative*¹¹⁵.

2.4 ANSIA ED ERRORI

Il tempo crea ansia in matematica, con effetti nefasti, sia sugli alunni che sugli insegnanti. In un approccio di scoperta, modellizzazione, produzione di congetture e loro discussione, i tempi sono necessariamente lunghi: il tempo del confronto e dibattito dà modo a ciascun bambino di effettuare un percorso di crescita coerente attraverso ritmi e modalità di apprendimento personali. Emma Castelnuovo rammentava: *“Lasciate ai ragazzi il tempo di perdere tempo.”* Il tempo lungo, impiegato per una attività di scoperta, è restituito in termini di significatività e stabilità dei risultati di apprendimento: condividere questi aspetti con l'insegnante è decisivo per permettere il superamento dell'ansia dell'insegnamento di matematica.

Non è un caso che uno degli aspetti più delicati della valutazione della discalculia evolutiva nei bambini sia costituita

¹¹⁵ Si veda Di Martino e Zan, 2019. Su questo importante aspetto tornerò nel par. 3.4.

dall'interferenza dei fattori emotivi¹¹⁶. La ricerca su come le emozioni siano parte dei processi cognitivi e siano in grado di condizionarli anche negativamente¹¹⁷ trova nel caso della matematica particolare evidenza. Molti autori hanno messo in luce l'incidenza dell'*ansia per la matematica* su bambini e adulti¹¹⁸: essa è capace di inibire l'attivazione di processi cognitivi altrimenti alla portata, ed è causata da una pesante interferenza emotiva sull'attività della *memoria di lavoro*¹¹⁹. Tensione, paura, senso di impotenza e frustrazione costituiscono la dimensione emotiva di tanti bambini di fronte ai compiti matematici, con conseguenze gravi anche a lungo termine: è stato mostrato come chi soffre di ansia per la matematica nei primi anni di scuola tende a evitare istruzione superiore e percorsi universitari che includono competenze matematiche¹²⁰.

Sono evidenti in questo caso le responsabilità dell'approccio didattico, soprattutto quando propone un'idea della matematica come qualcosa di puramente esecutivo, in cui contano solo le risposte esatte, l'applicazione corretta di procedure, e l'errore vuol dire *fallimento*¹²¹. Di Martino e Zan, tra i maggiori esperti italiani di didattica della matematica, inquadrano questo tipo di

¹¹⁶ Biancardi, Mariani e Pieretti, 2017, p. 52.

¹¹⁷ Cfr. *supra*, par. 1.5.

¹¹⁸ Per una rassegna si veda Biancardi, Mariani e Pieretti, 2017, pp. 61-64.

¹¹⁹ Ashcraft e Krause, 2007; Young, Wu e Menon, 2012.

¹²⁰ *Ivi*.

¹²¹ *Ivi*, p. 23.

approccio generale, riprendendo Skemp, come “*strumentale*” e lo contrappongono a uno “*relazionale*” che valorizza invece i collegamenti fra i risultati matematici, il processo che origina tali risultati e soprattutto i *perché*, e dunque il senso di quello che si fa in matematica”¹²². L’attenzione ai processi è un aspetto centrale dell’educazione matematica. Tale approccio, che ribalta il classico insegnamento centrato sui prodotti, dà modo a tutti, anche ai più deboli matematicamente, di partecipare alle attività e di fornire contributi spesso decisivi ed originali. Inoltre una didattica incentrata sui processi, sull’interpretazione dei fenomeni osservati e dunque sui tentativi per prova ed errore, rivaluta completamente il ruolo dell’errore in matematica, contrastando il preoccupante fenomeno della paura di sbagliare e di affrontare problemi nuovi e difficili.

Anche le neuroscienze ci mostrano l’importanza di un approccio alla matematica che valorizzi la molteplicità delle prospettive e *un ruolo positivo e strutturante dell’errore*¹²³. L’errore è il nostro più prezioso alleato in un’ottica di crescita e potenziamento cerebrale: questo dato sta emergendo con forza nel campo delle neuroscienze e della psicologia sperimentale.

¹²² Di Martino e Zan, 2019, p. 22. Sull’importanza dei problemi, dei processi, dell’argomentazione nell’educazione matematica si veda *infra* il par. 3.4, dedicato al progetto “Problem solving alla primaria” diretto da Di Martino.

¹²³ Cfr. Boaler, 2019.

Un esempio può essere offerto dalle ricerche di J. S. Moser e del suo team¹²⁴. Sottoponendo a scansioni di *neuroimaging* gruppi di persone alle prese con quesiti matematici e monitorandone, nei loro tentativi verso la soluzione, reazioni a risposte corrette ed errori, hanno rilevato che quando i soggetti commettevano errori i loro cervelli erano più attivi, producendo rafforzamento e crescita. Il risultato principale dello studio è stato inoltre mostrare come questa reazione positiva all'errore dipenda dalle convinzioni dei soggetti riguardo all'apprendimento e all'intelligenza. Solo chi crede che l'intelligenza e il risultato dipendono dall'impegno attiverrebbe una reazione positiva all'esperienza dell'errore, il che conferma l'importanza data nella psicologia cognitiva agli "*stili di attribuzione*" e alla motivazione alla base dell'apprendimento¹²⁵.

Un altro studioso, Daniel Coyle, ha studiato i cosiddetti "focolai di talento"¹²⁶, ovvero quelle istituzioni educative che accolgono persone particolarmente dotate, che ottengono risultati d'eccellenza. Anche qui emergerebbe come gran parte dei risultati proverrebbero non dalla semplice abilità naturale, ma da un tipo

¹²⁴ Moser *et al.* (2011).

¹²⁵ Per "stile di attribuzione" o *locus of control* si intende il modo con cui viene interpretato il successo e l'insuccesso in un compito: se si pensa che dipenda da sé (interno) o da fattori esterni, non controllabili, e se dipenda dal proprio impegno e possa modificarsi (instabile) oppure da una qualità non modificabile, l'intelligenza. Lo stile ottimale è quello interno, instabile, controllabile (teoria dell'attribuzione di Bernard Weiner, cfr. Lucangeli, Iannitti e Vettore, 2007, pp. 96-100). Cfr. anche l'importanza della percezione di *autoefficacia* (Bandura) cui ho accennato nel Capitolo 1.

¹²⁶ Coyle, 2009.

speciale di lavoro e di pratica. In particolare sarebbe essenziale che il processo di apprendimento si svolga su materiale “sfidante”, capace di stimolare la motivazione, e sia fatto di tentativi, errori, ristrutturazione dei problemi¹²⁷. È stato possibile così studiare come l’impegno e l’incontro di errori sfidanti stimolerebbero la produzione di *mielina*, la sostanza che avvolge le fibre dei nostri circuiti neurali e ne aumenta la potenza del segnale, la velocità e l’accuratezza¹²⁸.

Il piacere di sperimentare, la curiosità, il ruolo della sorpresa e dell’immaginazione¹²⁹: tutte cose spesso distanti dall’esperienza della matematica a scuola. Curricula e libri di testo sono sempre

¹²⁷ Anche qui vengono subito in mente diversi costrutti noti della psicologia cognitiva, dalla *zona di sviluppo prossimale* di Vygotskij alla *teoria del flusso ottimale* di Csikszentmihalyi. La prima, in contrasto con la valutazione statica dell’intelligenza, indica come l’apprendimento si giochi in quello spazio tra le conoscenze/abilità attuali del bambino e il livello raggiungibile attraverso un processo coadiuvato da un adulto (cfr. Vygotskij, 1978, pp. 84-87). Per la seconda lo stato mentale di “flusso” (*flow*) è esattamente quello in cui si sperimenta un compito sfidante, e motivazione intrinseca e sensazione piacevole di essere “catturati” dalla ricerca di una soluzione e gratificazione vanno insieme. “Flusso ottimale” è proprio quando qualcosa non è né troppo semplice né troppo difficile, e perciò stimola le nostre capacità attentive e il piacere della scoperta. Secondo Csikszentmihalyi, “quasi ogni attività può essere resa intrinsecamente interessante selezionando sfide che siano in linea con le proprie capacità percepite e ricevendo sistematicamente un feedback sui propri progressi” (Calvani, 2011, p. 24).

¹²⁸ Il che avvalorava anche la tesi dell’importanza del ritornare sui contenuti più volte in momenti diversi, affinando e alzando il livello di difficoltà ogni volta. È in fondo l’idea del curriculum a spirale di Bruner, con la presentazione dei concetti in contesti nuovi e sempre più complessi (Calvani, 2011, p. 28). John Geake riprende l’importanza di questi aspetti, collegandoli però alla teoria della neuroplasticità di Hebb (cfr. *supra*, par 1.2 e Geake, 2017).

¹²⁹ Cfr. anche il contributo didattico di un grande maestro come Franco Lorenzoni, che dà un’importanza centrale al “*sostare*” sui contenuti, sui problemi, senza l’obiettivo di dare una risposta univoca, con pratiche illuminanti anche in ambito matematico e scientifico (Lorenzoni, 2014).

più progettati con domande banali e poco stimolanti, con una progressiva semplificazione dei testi proposti ai bambini, come se l'obiettivo fosse automatizzare i processi di risposta e sollevare il docente dalla sua fatica. Agli inizi degli anni ottanta ad esempio il sussidiario si presentava con una raccolta scelta di testi narrativi, solo testi. Il lavoro richiesto alle insegnanti era quello di creare attorno al testo un contesto, un percorso e proporlo alla classe. Oggi il testo è guidato da domande strutturate dall'autore del libro, spesso banali e con risposte stereotipate, che lasciano poco spazio a errori e a sforzi nella comprensione. Sempre più frequentemente per i bambini è possibile rispondere attraverso la sola osservazione delle immagini, figure eloquenti che non lasciano spazio all'immaginazione¹³⁰. Il pericolo di questi percorsi piatti e semplificati, rassicuranti solo per gli insegnanti, si avverte anche nella matematica¹³¹.

La questione del ruolo dell'errore, che può essere un alleato prezioso tanto quanto un fattore pesantemente condizionante, che porta con sé lo spettro del giudizio, è poi strettamente collegato al problema della *valutazione*. Questo è particolarmente critico nella scuola primaria, dove la valutazione sommativa

¹³⁰ Sono lontani i tempi in cui grandi disegnatori come Bruno Munari proponevano illustrazioni, come quelle dei libri di Gianni Rodari, che lasciavano ampio spazio alla fantasia dei ragazzi, illustrazioni in cui il bambino si trovava davanti immagini passibili di mille interpretazioni...

¹³¹ Cfr. Di Martino e Zan, 2019, pp. 43 e ss.

appare a molti profondamente inadeguata (dove se non nella votazione prende vita più che mai una forte valenza giudicante?)¹³². Nel periodo in cui sto scrivendo questa tesi, in un contesto caratterizzato dalla chiusura delle scuole a causa del Covid-19, vi sono grandi discussioni in merito alla modalità di assegnazione dei voti di fine anno: ma forse l'esperienza presente potrebbe riportare al centro del dibattito pubblico il tema della valutazione. È quello che sta provando a fare il Movimento di Cooperazione Educativa (MCE), di cui faccio felicemente parte da anni, che in una lettera aperta alla ministra dell'istruzione chiede "una valutazione formativa, espressa con una breve descrizione delle attività svolte e delle competenze acquisite per ciascuna area disciplinare o gruppi di discipline"¹³³.

Queste questioni ci proiettano dunque nella dimensione concreta della pratica didattica. Proporre indicazioni ed esempi per la didattica matematica nella scuola primaria che tengano conto delle acquisizioni delle neuroscienze e del modello neurocostruttivista sarà l'obiettivo del prossimo capitolo.

¹³² "Il voto, positivo o negativo, non costituisce uno stimolo al lavoro, focalizzando la prestazione solo sul risultato, inibendo l'autostima e il senso di autoefficacia", Movimento di Cooperazione educativa, 2020. Cfr. D'Intino, 2020.

¹³³ Ivi.

CONCLUSIONI per punti:

- Attraverso vari ambiti di studio le neuroscienze mostrano l'esistenza sia nel neonato che in molti animali superiori di un *sensu del numero*, costituito dalla capacità di riconoscere immediatamente piccole quantità con precisione e numerosità più grandi approssimativamente.
- Di questo senso del numero siamo perfettamente dotati tutti sin dalla nascita; la successiva acquisizione di abilità numeriche (contare), aritmetiche e matematiche in generale è invece un fatto di sviluppo, che coinvolge tante reti neurali e funzioni cognitive diverse e non specificamente matematiche.
- Questo processo è chiarito dal *modello del triplo codice* di Dehaene, che mostra come l'apprendimento numerico coinvolga tre "codici" e aree neurali diverse, e sia un fatto di interconnessione fra loro: il codice analogico (ossia il senso intuitivo del numero, una abilità non linguistica), il codice verbale e il codice arabo-visivo (della manipolazione simbolica).
- La ricerca di Dehaene e altri attraverso le tecniche di *neuroimaging* ha individuato diverse reti neurali responsabili del ragionamento matematico (reti in particolare distinte da quelle del linguaggio verbale), ma ha sempre più evidenziato il carattere dominio-generale di esse

e l'importanza della interconnettività delle aree. L'apprendimento matematico è questione di *stabilire connessioni*, non il frutto di una qualche singola abilità speciale.

- Lo studio della *discalculia evolutiva* mostra la varietà delle funzioni cognitive coinvolte nelle abilità numeriche e aritmetiche e il carattere *dimensionale* dei problemi di apprendimento matematico.
- Incidenza negativa dell'*ansia per la matematica* e della paura degli errori sulle funzioni cognitive coinvolte nell'apprendimento matematico. Necessità invece di una pratica educativa che valorizzi l'*errore* come prezioso alleato dell'apprendimento.

CAPITOLO 3 – L'EDUCAZIONE MATEMATICA

In questo capitolo, l'ultimo, mostrerò come il quadro delineato delle scoperte e dei modelli delle neuroscienze in fatto di apprendimento matematico possano fornire indicazioni preziose per la didattica matematica: nel **paragrafo 3.1** farò riferimento proprio alla ricerca pluriennale di Daniela Lucangeli, e all'importanza, da lei sostenuta, di “nutrire” adeguatamente la matematica dei bambini. Il **paragrafo 3.2** affronterà le diverse implicazioni per la didattica delle evidenze neuroscientifiche, mettendole anche in rapporto con i risultati per altri versi raggiunti dalla più aggiornata ricerca in ambito di didattica della matematica. Verrà considerata una lunga serie di aspetti, dall'importanza dell'apprendimento numerico nel suo periodo sensibile, che è in età prescolare, a quella di un insegnamento non centrato sulle istruzioni verbali e procedurali, ma che coltivi e faccia sempre leva sul senso del numero; l'importanza di un approccio multidimensionale, in cui vengano particolarmente coinvolte le funzioni visuo-spaziali e si sviluppi la gnosi digitale; si sfaterà il mito della velocità in matematica e ci si concentrerà sul ruolo dell'errore e della valutazione, per delineare un modello di educazione non centrato sull'abilità esecutiva e sulle procedure, ma che metta al centro i problemi, la riflessione, i tempi diversi

degli apprendimenti. Nel **paragrafo 3.3** proporrò alcune proposte significative di didattica matematica, elaborate da studiosi che sono partiti proprio dai risultati delle neuroscienze: il progetto “YouCubed” di Joe Boaler e il progetto “PerContare” di Anna Baccaglioni-Frank e altri. Infine nel **paragrafo 3.4** considererò il progetto “Problem solving alla primaria”, diretto da Pietro Di Martino, e di cui faccio parte: esso potrà fornire elementi importanti a chiusura di questo lungo percorso, mostrando l’importanza dei problemi, dei processi, dell’argomentazione nell’apprendimento matematico.

3.1 IMPLICAZIONI PER LA DIDATTICA

Mi capita spesso di parlare di matematica con persone appena conosciute, che dopo che hanno sentito che sono laureata in matematica mi confessano candidamente di aver rinunciato ben presto a capire qualcosa dei meravigliosi e intricati meccanismi di questa materia. Ripensando ai miei studi ricordo bene l’impatto con l’Università di Pisa. Giovane liceale che non aveva mai incontrato difficoltà nella sua carriera, mi ritrovai a seguire quattro corsi contemporaneamente, con un livello tecnico e una specificità di linguaggio mai incontrati prima. L’impatto iniziale, e non solo iniziale, fu traumatico, ed è stato l’insegnamento più

grande che potessi ricevere. Nel mio corpo si è segnata in profondità la traccia dell'emozione di impotenza di fronte a linguaggi inizialmente alieni.

Ogni anno milioni di bambini e bambine iniziano la scuola dell'obbligo entusiasti di tutto ciò che impareranno, ma diventano rapidamente disillusi quando cominciano a farsi l'idea di non essere "intelligenti" come gli altri, di non valere come i compagni¹³⁴.

In ogni caso il piacere della scoperta viene subito oscurato dalla presenza inaspettata del giudizio, e dalla prematura e difficile articolazione del problema del proprio valore e dell'autostima, che condiziona tanto chi "riesce" che chi ha difficoltà. Gli adulti poi decidono spesso di non seguire percorsi desiderati perché non si sentono "portati" o "intelligenti" come le altre persone.

Ancor prima che singole scoperte¹³⁵, il modello *neurocostruttivista* suggerito dalle neuroscienze, che abbiamo affrontato nel primo capitolo, ci offre un'immagine potente del

¹³⁴ Ciò che si registra normalmente è la tendenza degli insegnanti alla attribuzione *esterna* delle difficoltà di apprendimento: più comune è il più diplomatico "non si impegna", ma in alcuni ambiti considerati di competenza più "specifici", come la matematica, il messaggio o il credo di fondo, più o meno esplicito, è "non è portato".

¹³⁵ Si è potuto credo osservare nel corso della trattazione come spesso le questioni specifiche siano oggetto di accesi dibattiti, dovuti anche al fatto che i dati e le interpretazioni degli esperimenti di *neuroimaging* sono estremamente variabili e ipotetici. Emergono tuttavia tendenze di fondo di grande importanza; e, ancora, i vari ambiti di studio hanno prodotto *inquadramenti teorici* nuovi (si pensi a Karmiloff-Smith o a Dehaene per i numeri) che sono essenziali per il nostro stesso modo di *rappresentarci* i processi di sviluppo e apprendimento.

processo di sviluppo dei bambini, mostrando la complessità dei fattori interni ed esterni che contribuiscono alla formazione delle nostre abilità e alla nostra identità. Guardare anche lo sviluppo delle competenze matematiche in termini di *traiettorie evolutive* (cfr. par. 2.3) ci aiuta ad apprezzare la loro complessità e molteplicità, e ancora la variabilità delle risposte individuali; e ci induce decisamente a non trasformare la matematica in una questione meramente esecutiva e di correttezza (con la valutazione immediata e senza appello che ne consegue).

Al contrario lo sviluppo della “riflessione” matematica ha bisogno di essere uno spazio aperto, in cui si sperimenta il ragionamento e si realizza, come in altri ambiti, la strutturazione di sé. Particolarmente importante qui è il rispetto dei *tempi* diversi dei bambini¹³⁶, la capacità dunque anche di saper gestire la differenza in classe, e, si è visto, l’attribuzione di un significato positivo all’errore, visto anche come un’occasione per riflettere tutti insieme sui nostri processi di pensiero¹³⁷.

“Nutrire la matematica” (felice espressione di Daniela Lucangeli) significa proprio fornire un ambiente adatto a questo delicato sviluppo, che come si è visto è fatto di tante funzioni

¹³⁶ Cfr. Di Martino e Zan, 2019, p. 47.

¹³⁷ È interessante per esempio far vedere come gli errori hanno sempre un qualche grado di *plausibilità*: sono comunque un comportamento motivato, intelligente.

neurocognitive diverse, e ha dunque bisogno di tanti ingredienti differenti.

3.2 NUTRIRE LA MATEMATICA

Nella ricerca pluriennale di Daniela Lucangeli sul tema della didattica della matematica, che parte proprio dai risultati emersi nelle neuroscienze dello sviluppo, alcuni temi sono divenuti centrali e più volte ribaditi anche nella sua intensa opera divulgativa.

Centrale per Lucangeli¹³⁸ è innanzitutto il fatto che, a differenza da ciò che aveva ipotizzato Piaget e faceva parte del senso comune, le evidenze degli ultimi anni mostrano come non sia vero che il concetto di numerosità non possa essere acquisito prima dei 6-7 anni¹³⁹. Al contrario il senso del numero e una serie di abilità cognitive ad esso correlate nello sviluppo delle rappresentazioni numeriche emergono e si affinano durante le fasi precedenti dello sviluppo, nelle quali si rileva più propriamente il loro periodo critico.

¹³⁸ Nella trattazione seguente mi rifaccio soprattutto a Lucangeli, Iannitti e Vettore, 2007.

¹³⁹ Cfr. *supra*, par. 2.2 e Lucangeli, Iannitti e Vettore, 2007, cap. 1.

Lucangeli sottolinea pertanto l'importanza di nutrire la matematica fin dalla più tenera età, seguendo percorsi di apprendimento guidati delle tappe evolutive del bambino. Allo stesso modo in cui nei primi anni di vita seguiamo un lungo apprendistato nell'acquisizione delle abilità linguistiche, con molte fasi ormai ben delineate dalla ricerca¹⁴⁰, così lo sviluppo di competenze numeriche elementari dovrebbe seguire un percorso continuo, che accompagna la nostra crescita.

Queste fasi dello sviluppo prescolare sono trattate nel dettaglio da Lucangeli e altri¹⁴¹: a partire dai 2-3 anni si verifica una vera e propria "esplosione delle funzioni cognitive dell'intelligenza numerica: la corrispondenza biunivoca, l'ordine stabile, la cardinalità, la seriazione"¹⁴², per effetto di cui inizia l'acquisizione delle parole-numero e lo sviluppo delle capacità di conteggio, in un processo che si completa intorno ai 5 anni. In questo processo è essenziale sia la formazione di una "gnosia digitale" (associazione numeri-dita delle mani, dunque l'attivazione di circuiti sensomotori¹⁴³), sia l'integrazione delle funzioni visuo-spaziali: i bambini a quest'età cominciano a essere in grado di

¹⁴⁰ Cfr. Lucangeli e Vicari, 2019, capp. 6 e 7; D'Amico e Devescovi, 2013.

¹⁴¹ Si veda: Lucangeli, Iannitti e Vettore, 2007; il secondo capitolo della guida Erickson *Discalculia e altre difficoltà aritmetiche a scuola* (AA.VV., 2017), sempre a cura di Lucangeli; il secondo capitolo di Biancardi, Mariani e Pieretti, 2017, a cura di Marco Zorzi e Francesco Sella ("Traiettorie di sviluppo tipico e atipico delle abilità numeriche di base").

¹⁴² Lucangeli, 2019, p. 151.

¹⁴³ Cfr. Berteletti e Booth, 2015.

disporre i numeri sulla linea fisica orizzontale¹⁴⁴. Quasi parallelamente a questo processo (3-6 anni), si registra anche la capacità di sviluppo di lettura e scrittura di codici numerici, attraverso fasi diverse di abilità grafica e simbolica¹⁴⁵. L'esercizio di queste funzioni nella scuola d'infanzia costituisce un momento essenziale dello sviluppo cognitivo del bambino, e lo sviluppo adeguato delle rispettive abilità è un fattore predittivo importante del futuro successo del bambino negli apprendimenti matematici¹⁴⁶.

Un'altra tesi fondamentale sostenuta da Lucangeli riguarda invece l'insegnamento scolastico a partire dalla primaria, e parte dal modello del triplo codice di Dehaene. Esso spiega, come si è visto (par. 2.2), che il nucleo della comprensione matematica risiede nella capacità di transcodifica tra i vari codici, e che il "significato" di ciò che si esprime nel codice simbolico venga sempre "valutato" attraverso il codice analogico, intuitivo. Lucangeli sottolinea come a scuola si tenda a dare *troppe*

¹⁴⁴ Inizialmente lo fanno in modo diseguale, acquisendo progressivamente il *principio del mapping spaziale*, v. Biancardi, Mariani e Pieretti, 2017, pp. 38-39.

¹⁴⁵ Lucangeli, Iannitti e Vettore, 2007, pp. 36-54.

¹⁴⁶ Purtroppo invece i bambini arrivano in prima elementare spesso senza alcun percorso di questo tipo, perdendo dunque una grande occasione "evolutiva". Che la discalculia evolutiva venga individuata in genere nel secondo-terzo anno della scuola primaria ha a che fare proprio col fatto che la maggior parte dei bambini non ha spesso alcuna dimestichezza col numero prima dei sei anni. Così solo tardi emergono le difficoltà reali, che tuttavia sono dovute a problemi che rimandano a fasi più antiche del neurosviluppo.

istruzioni verbali e procedurali, mentre invece bisognerebbe tenersi il più possibile vicini alla *capacità intuitiva e analogica*, sviluppandola. L'impiego di una didattica verbale, basata su meccanismi fonologici che poco hanno a che fare con le reti neurali della matematica, risulta completamente inutile se il nostro obiettivo è quello di potenziare funzioni cognitive numeriche. Ma anche un eccessivo accento sulle procedure simboliche e la loro memorizzazione, senza che si sviluppi bene il "senso" di ciò che esse significano, è dannoso, e rientra in una concezione della matematica che guarda solo alla correttezza esecutiva, senza far maturare davvero la padronanza dei contenuti.

L'importanza a scuola "di intrecciare legami tra la meccanica dei calcoli e il loro significato" è rilevata proprio da Dehaene¹⁴⁷, che sottolinea anche la centralità della base della conoscenza intuitiva, *informale* dei bambini, che va preservata e coltivata: a volte accade persino che bambini più piccoli siano capaci di trovare soluzioni migliori di altri poco più grandi, troppo imbevuti di indicazioni procedurali¹⁴⁸. Perché l'aritmetica cresca nei bambini mantenendosi aderente all'intuizione concreta, secondo Dehaene è necessario che essi acquisiscano "*una ricca biblioteca*

¹⁴⁷ Dehaene, 2010, p. 147.

¹⁴⁸ Ivi, pp. 147-8.

di modelli mentali” di ciò che i calcoli significano¹⁴⁹. Un’indicazione preziosa per la didattica è dunque quella di fornire “numerosi schemi d’interpretazione”¹⁵⁰ (ossia esempi concreti di tipo di volta in volta diverso) delle operazioni di calcolo, che aiutano a renderle sempre più perspicue.

Altre ricerche e risultati, che riprendono ciò che si è visto fin qui, possono venirci in aiuto nel cercare di capire come nutrire la matematica:

Multidimensionalità dell’apprendimento matematico

Si è avuto modo di vedere ampiamente nella trattazione precedente quanto le abilità matematiche dipendano dall’integrazione di funzioni cognitive molto diverse. Un altro studio molto recente di Vinod Menon¹⁵¹, mostra come anche quando lavoriamo su una semplice questione aritmetica, sono coinvolte cinque diverse aree neurali, e due di esse sono visive. Possiamo imparare le idee matematiche attraverso i numeri, ma possiamo anche apprendere attraverso la scrittura, elementi visivi, modelli, disegni, algoritmi, tabelle e grafici. Proprio questa

¹⁴⁹ Ivi, pp. 149-50.

¹⁵⁰ *Ibidem*.

¹⁵¹ Menon, 2015.

multimodalità è una chiave fondamentale di cui tenere conto nella didattica matematica.

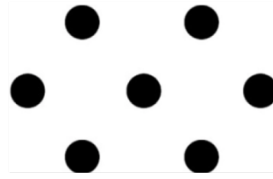
Altri studi recenti vanno nella stessa direzione, mostrando¹⁵² che l'apprendimento più potente si verifica quando utilizziamo diverse aree del cervello. Quindi quando impariamo usando due o più domini differenti, incluso quello visivo, rafforziamo queste connessioni e l'esperienza di apprendimento è massimizzata. La comunicazione tra aree cerebrali è potenziata quando ci avviciniamo alla conoscenza attraverso strade differenti, incontrando le nuove idee in forme e rappresentazioni diverse. Questo è ciò che Jo Boaler sintetizza efficacemente nel quarto “obiettivo” per una “mente senza limiti”: *“I percorsi e l'apprendimento neurali sono ottimizzati quando si considerano le idee con un approccio multidimensionale”*¹⁵³.

Usare modalità diverse vuol dire anche promuovere un approccio *creativo* alla matematica. Ci sono tanti modi diversi di rappresentare un contenuto, anche quando è estremamente semplice. Un esperimento semplice è proposto proprio da Boaler nel quarto capitolo del suo libro: l'esempio dei 7 punti¹⁵⁴.

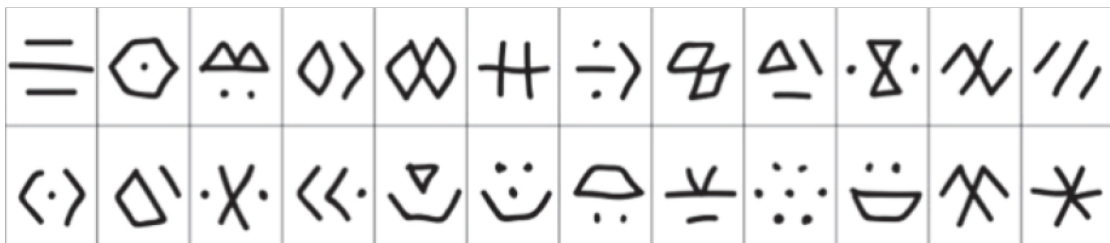
¹⁵² Park e Brennon, 2013.

¹⁵³ Boaler, 2019, p. 167. In questo libro, dal titolo eloquente *Limitless Mind* (di cui è annunciata l'edizione italiana nel 2020), la studiosa americana individua, con tono divulgativo ma basato sulle ricerche neuroscientifiche più recenti, sei “chiavi” essenziali per rinnovare l'apprendimento della matematica.

¹⁵⁴ Ivi, pp. 190-2.



Boaler ha mostrato brevemente a una classe questa immagine, chiedendo di *non* contare, ma di usare un modo veloce di unirli e raggrupparli e buttarlo giù sulla carta. Ne sono scaturiti schemi tutti diversi, che ci dicono quanto possano variare le maniere individuali di costruire le nostre rappresentazioni.



Boaler spiega anche come questo esercizio di visualizzazione a colpo d'occhio del numero di un gruppo di elementi sia ottimo per sviluppare il Sistema Numerico Approssimativo (ANS). Come si è visto, questo *core system* si affina nel tempo, ed è possibile far lavorare i bambini su di esso.

L'importanza dell'uso delle dita in matematica

Alcuni importantissimi studi recenti hanno messo in luce il coinvolgimento delle basi neurali della rappresentazione e del movimento delle dita nei problemi aritmetici a una cifra. Il

contributo recente di Berteletti e Booth¹⁵⁵, già richiamato in precedenza, ha avuto un forte impatto nel campo dello studio dell'apprendimento matematico, ed è stato impiegato sia da Jo Boaler nel progetto "YouCubed", che da Anna Baccaglini-Frank all'interno del progetto "PerContare"¹⁵⁶.

Questi studi suggeriscono come la rappresentazione delle dita e le strategie basate su di esse svolgano un ruolo importante nell'apprendimento e nella comprensione dell'aritmetica. Berteletti e Booth hanno mostrato come l'area neurale somatosensoriale associata alle dita si accende se bambini tra gli 8 e i 13 anni lavorano su problemi complessi di sottrazione, *anche quando non usano le mani*. È un esempio lampante di "conoscenza incorporata", *embodied cognition*.

Questi risultati, mostrando l'importanza della rappresentazione delle dita nelle abilità aritmetiche e in quei problemi che richiedono manipolazione della quantità, da un punto di vista educativo incoraggiano l'elaborazione di pratiche volte a integrare la rappresentazione delle mani e strategie basate sull'uso delle dita come strumento per infondere un più forte senso numerico. È di pochi anni prima una ricerca condotta in ambito matematico che sottolinea il valore predittivo dell'uso

¹⁵⁵ Berteletti e Booth, 2015.

¹⁵⁶ Vedremo nel dettaglio entrambi i progetti nell'ultimo paragrafo di questo capitolo.

delle mani a cavallo tra prima e seconda elementare: bambini che in prima elementare hanno l'abitudine a ricorrere all'uso delle dita per il conteggio tendono ad avere migliori risultati nei test matematici della seconda classe¹⁵⁷.

Nonostante queste evidenze scientifiche ancora oggi molti insegnanti tendono a far passare il concetto che utilizzare le dita della mano per contare è un aspetto infantile, da superare. Per decenni infatti i bambini sono stati spinti dalla letteratura ad evitare di usare le dita per la matematica¹⁵⁸. La visione favorevole a queste pratiche sostiene invece che il bambino utilizza artefatti e modelli fin quando ne avrà bisogno, e una volta che avrà imparato e si sentirà sicuro li abbandonerà da sé.

La ricerca attuale continua in questa direzione: studi appena pubblicati da Anna Baccaglioni-Frank e colleghi¹⁵⁹ indagano come stimolare le abilità numeriche in bambini di età prescolare. I ricercatori hanno usato un programma chiamato "TouchCounts", un ambiente aperto che combina i vantaggi *multi-touch* con quelli auditivi, visivi e simbolici, dimostrando come attraverso l'uso delle dita i bambini possano iniziare a sviluppare la necessaria padronanza del senso del numero, compresi i principi di

¹⁵⁷ Penner-Wilger *et al.*, 2009.

¹⁵⁸ Sul contrasto fra evidenze neuroscientifiche e teorie educative su questo tema si veda Moeller *et al.*, 2011.

¹⁵⁹ Baccaglioni-Frank, Carotenuto e Sinclair, 2020.

conteggio. In particolare, ipotizzano che le dita possano svolgere un ruolo di ponte nello sviluppo sia dell'*ordinalità* che della *cardinalità*¹⁶⁰. Esse sono come si è visto due tra le funzioni cognitive fondamentali per l'approdo del bambino all'attività di conteggio, che solitamente risponde alla domanda: "Quante sono?".

I matematici sono tartarughe, non lepri

La *velocità* è sempre stata mitizzata come un fattore discriminante in questa disciplina considerata altamente competitiva. Essa si presenta come il correlato naturale della visione della matematica come abilità esecutiva così diffusa nella scuola, e come un metro di valutazione subito introiettato dai bambini.

Ma pensare di essere portati per la matematica perché siamo veloci nel fare calcoli o nel ricordare tabelline è qualcosa che si distacca molto dal pensiero analogico, quello che nutre veramente la matematica. Ed è agli antipodi di quel senso di scoperta, di apprezzamento delle relazioni e delle associazioni che

¹⁶⁰ Con *ordinalità* si intende la comprensione da parte del bambino delle parole numeriche pronunciate nella giusta sequenza. *Cardinalità* indica invece l'acquisizione del fatto che l'ultimo numero pronunciato in una sequenza di conteggio nomina la quantità dell'insieme contato.

si produce invece nel “sostare” sulle questioni matematiche (v. *supra*, par. 2.4).

La velocità quindi non è una buona compagna di avventura in questo campo, anche per le sue implicazioni in termini di stress. Gli effetti dello stress e dell’ansia in compiti matematici che richiedono di essere svolti in velocità sono stati studiati per esempio da Beilock¹⁶¹. La memoria di lavoro, se siamo sottoposti alla pressione del tempo, è fortemente ostacolata, e sono proprio gli studenti con più memoria di lavoro ad avere risultati che risultano maggiormente compromessi.

Come ci ricorda un grande matematico contemporaneo, William Timothy Gowers: “I contributi più profondi alla matematica vengono dalle tartarughe, non dalle lepri”. Il pensiero matematico si nutre proprio della calma in cui attiviamo le nostre associazioni e vediamo i problemi, la matematica veloce soddisfa solo la necessità di una risoluzione immediata. L’educazione matematica deve comunicare con forza questo messaggio.

L’approccio “teoria ed esercizi” non basta

È cosa nota da tempo che una differenza tra studenti che presentano prestazioni scolastiche buone in matematica e

¹⁶¹ Beilock, 2010.

studenti con scarso rendimento è dovuta al fatto che chi presenta buoni risultati pensa il numero in maniera più *flessibile*¹⁶². Se chiediamo ad esempio di sommare 7 e 19, la flessibilità è data dal vedere all'operazione in termini differenti, per esempio immaginandola come la somma di 6 e 20 o, ancor meglio, di 20 e 6.

Nello studio di Grey e Tall appena citato viene riportato un dato che a mio avviso dovrebbe far riflettere molto. I bambini con buone prestazioni matematiche, se messi di fronte ad una somma da calcolare, tendono ad usare un 30% di fatti a loro noti (cioè fatti recuperati dalla memoria), solo in un 9% dei casi si appoggiano al puro conteggio partendo da un numero ed arrivando a sommare solo la seconda cifra, e nel 61% dei casi sfruttano il loro senso del numero per arrivare alla soluzione, utilizzando soluzioni flessibili come quella riportata nell'esempio.

Studenti con scarso rendimento presentano invece un quadro ribaltato: si appoggiano solo per un 6% a fatti noti, in un 72% dei casi contano partendo da un numero ed aggiungendo l'altro a disposizione, e solo nel 22% dei casi riescono a contare tutto; e in nessun caso, negli esperimenti fatti, hanno utilizzato il proprio senso del numero per giocare in modo flessibile con le cifre a disposizione.

¹⁶² Si veda l'importante studio a riguardo di Gray e Tall, 1994.

Quando gli studenti lavorano con gli algoritmi prima che li abbiano capiti e interiorizzati, ricorrono automaticamente alla memorizzazione e tendono a non sviluppare la capacità di pensare al numero in modo flessibile. L'approccio "teoria ed esercizi", in cui si trova la *regola* e poi giú serie di esercizi per applicarla, è proprio il manifesto di un modo procedurale di insegnare la matematica che non nutre il senso del numero e non aiuta a sviluppare la flessibilità. Al contrario secondo Gray e Tall conoscenza "concettuale" e "procedurale" dovrebbero interagire di continuo, perché sono parte della stessa cosa. E, ancor di più, oltre agli *esercizi*, che lavorano sugli automatismi, la didattica matematica dovrebbe proporre ai bambini *problemi*, come mostrano Di Martino e Zan nel loro ultimo libro: "Nel primo caso l'individuo ha già a disposizione una procedura per raggiungere la meta, nel secondo no. (...) Nel caso del problema è necessario un comportamento strategico"¹⁶³.

L'importanza dei messaggi forniti dall'insegnante

Lavorando sulle difficoltà legate alla matematica, Carol Dweck ha appurato¹⁶⁴ che vi è una importante e sostanziale differenza nel modo in cui gli studenti affrontano le prove di matematica, a

¹⁶³ Di Martino e Zan, 2019, p. 55; si veda la trattazione ivi, pp. 55-77.

¹⁶⁴ Dweck, 2007.

seconda del messaggio che l'insegnante rivolge loro. Se gli studenti vengono lodati per il loro impegno, tendono a mettersi alla prova e ad accettare con impegno e successo nuove sfide cognitive; se invece sono lodati per le loro capacità e per la loro intelligenza, si scoraggiano facilmente quando si trovano di fronte a prove più impegnative e trovano le prime difficoltà. Questa differenza sarebbe stata misurata: il gruppo di studenti che ha ricevuto lodi per l'impegno ha mediamente migliorato la prestazione di un 30% nelle successive prove, mentre il gruppo lodato per l'intelligenza ha peggiorato le prestazioni del 20%.

Questo conferma quanto già evocato in termini di *stili attributivi* (v. par. 2.4): attribuire il successo nei compiti scolastici alla propria capacità di impegnarsi e di autoregolarsi è un atteggiamento metacognitivo fondamentale, anche nella matematica¹⁶⁵. E nella matematica in particolare è essenziale non promuovere un'immagine comune quanto errata dell'intelligenza e del successo matematico, come frutto di doti innate e speciali: tutto il percorso fatto fin qui ci ha mostrato come le cose siano molto diverse.

È necessaria invece una narrazione diversa anche ai bambini dell'apprendimento matematico, che metta al centro proprio la vicinanza del dato intuitivo, il piacere di scoprirlo e il ruolo

¹⁶⁵ Cfr. Lucangeli, Iannitti e Vettore 2007, pp. 96-104.

dell'impegno nell'ottenere i risultati, anche con tempi diversi per ognuno. Secondo Jo Boaler, quando cambiano le nostre credenze in fatto di apprendimento, anche i nostri corpi e il nostro cervello si modificano fisicamente¹⁶⁶.

Il ruolo positivo dell'errore e la valutazione

Il ruolo positivo dell'errore, prezioso alleato dell'apprendimento nell'educazione matematica, è un altro dei temi cruciali su cui insiste Lucangeli; qui ne abbiamo parlato, con riferimento alle neuroscienze e alle tematiche emotive e cognitive, nel par. 2.4.

È interessante notare come un rapporto positivo con l'errore non sia solo una chiave dell'apprendimento dei bambini, ma anche uno strumento prezioso a disposizione dell'insegnante per comprendere i processi sottostanti all'apprendimento e i suoi *misconception*¹⁶⁷. Nell'educazione matematica nella scuola primaria questa interazione continua tra insegnanti e alunni, in cui l'errore è un'occasione di riflessione, è semplicemente vitale. Ed è solo in questo rapporto che si colloca e ha senso la valutazione (cfr. ancora *supra*, par. 2.4).

¹⁶⁶ Boaler, 2019.

¹⁶⁷ Su questo tema si veda il contributo importante di Rosetta Zan, Zan, 2007.

Dare concretezza a queste istanze non è ovviamente un compito semplice per gli insegnanti: esso richiede creatività, esperienza, attitudine all'ascolto e all'osservazione dei processi. C'è anche una componente essenziale, quella di "mettersi in gioco", di non accettare proposte semplificate, che non è priva di rischio e di incertezze¹⁶⁸. Molto possono dare, come punto di partenza su cui cominciare a sperimentare, le proposte didattiche messe a punto da studiosi impegnati su questi temi e anche l'intenso lavoro di confronto e sperimentazione sul campo che contraddistingue alcune realtà italiane come il Movimento di Cooperazione Educativa.

I due percorsi illustrati qui di seguito, nel par. 3.3, ideati e sperimentati rispettivamente da Jo Boaler e Anna Baccaglini-Frank, si muovono in tale direzione. Nell'ultimo paragrafo infine (3.4), parlerò del progetto "Problem solving alla primaria" di cui faccio parte, promosso da Scuola Normale di Pisa e Accademia dei Lincei e diretto da Pietro Di Martino: uno sguardo su una sperimentazione didattica che tiene conto delle *Indicazioni Nazionali* del MIUR e ha molti punti di contatto con quanto emerso in questo capitolo.

¹⁶⁸ Cfr. su questo Di Martino e Zan, pp. 32-34.

3.3 ALCUNI ESEMPI CONCRETI

Scopo di questo paragrafo è illustrare alcuni esempi di sperimentazione avviati da studiosi sulla base delle evidenze neuroscientifiche oggi a disposizione. Si tratta appunto di sperimentazioni *in fieri*, per le quali non è ancora disponibile un quadro adeguato di prove di efficacia, ma che propongo perché contengono idee e modi di interpretare quanto già emerso molto stimolanti.

Vorrei anche sottolineare che non è mia intenzione proporre qui di seguito un “metodo” specifico – non credo nemmeno che il punto sia individuarne uno a partire dalle evidenze scientifiche o didattiche. Piuttosto tali evidenze ci hanno mostrato una serie di *principi preziosi*¹⁶⁹, che ogni insegnante, con la sua “cassetta degli attrezzi”, interpreta in base a contesti, percorsi, sensibilità personali. L’idea che la “soluzione” per quel complesso così multiforme che è l’apprendimento matematico stia nell’individuare un metodo d’elezione a cui affidarsi è stato criticato a fondo¹⁷⁰. Anche gli studi di efficacia *evidence based*

¹⁶⁹ Qualcosa di più su questi principi dirò nell’ultimo paragrafo (3.4), con riferimento al ruolo dei processi e dell’argomentazione.

¹⁷⁰ Per una critica radicale di questa prospettiva si veda D’Amore, 2016, che riassume così le sue analisi: “Quello a cui ci si deve opporre non è uno strumento o un metodo, l’errore è la scelta univoca o l’affidare allo strumento (al singolare) o al metodo (al singolare) un potere didattico che esso non può avere, perché questo spetta solo al docente, al maestro, all’essere umano che insegna e non a uno strumento o a un

sono estremamente importanti, ma mettono sempre a disposizione indicazioni da calare poi nella concretezza degli ambienti educativi e dei fattori individuali¹⁷¹.

Alcune delle riflessioni del precedente paragrafo hanno preso l'avvio dall'importante lavoro di ricerca e sperimentazione che Jo Boaler sta portando avanti in questi anni. Il suo ultimo libro¹⁷², in procinto di uscire anche in edizione italiana, racconta le più recenti scoperte di neuroscienza con ricadute nell'ambito dell'apprendimento matematico. Quale miglior occasione se non quella di osservare più da vicino il lavoro che lei stessa sta portando avanti con migliaia di docenti in tutto il mondo?

Un'altra ricercatrice che ha catturato la mia attenzione in questi anni è stata Anna Baccaglini-Frank. Ricordo di averla ascoltata la prima volta a Siena nel 2017, presso la conferenza finale all'interno del corso residenziale "Matematicattiva", iniziativa promossa dal Piano Nazionale Lauree Scientifiche. A colpirmi furono i continui riferimenti alla motricità fine e all'uso

metodo. (...) più strumenti sono disponibili e maggiore è la possibilità di scelta da parte del docente. Più strategie didattiche questi conosce e meglio è, ne può applicare diverse. Quel che è ridicolo antididattico sbagliato è il credere che sia possibile una scelta univoca, che in uno solo di questi (o di altri analoghi) sia nascosta la ricetta, la magia, la panacea. Bisogna usare, saper usare, ciascuno strumento, ciascuna metodologia, e allo stesso tempo diffidarne, conoscerne i limiti, perché ci sono sempre." Per un inquadramento teorico cfr. anche le slide della conferenza di Rosetta Zan, *Insegnamento della matematica alla scuola primaria: esiste un metodo?* (Zan, 2018).

¹⁷¹ Cfr. su questo anche le considerazioni generali di Calvani, 2011, p. 19.

¹⁷² Boaler, 2019.

delle dita, oltre all'utilizzo di manufatti semplici ed efficaci. Più avanti, negli anni, ho scoperto che il suo lavoro è intimamente legato al percorso della stessa Boaler.

3.3.1 Il progetto "YouCubed"

Il progetto "YouCubed" ha alle spalle un gruppo di ricercatori guidati da Jo Boaler, che insegna educazione matematica alla Stanford University. Il progetto si basa sulle ricerche contemporanee nel campo della didattica della matematica e delle neuroscienze, promuovendo pratiche didattiche ed esempi concreti di attività che si possono trovare sul sito internet associato¹⁷³.

Si tratta di strumenti didattici estremamente utili anche come modelli di attività che mettono in gioco vari aspetti dell'apprendimento matematico che abbiamo visto fin qui. Si deve tuttavia avvertire come un limite il fatto che il sito non offra (ancora) studi di efficacia che permettano di inquadrare meglio la portata di molte intuizioni che pure mi sembrano promettenti¹⁷⁴.

¹⁷³ Si veda il link: <https://www.youcubed.org/>.

¹⁷⁴ Il link che il sito offre con gli studi relativi non dà materiale utile in questo senso: <https://www.youcubed.org/evidence/research-articles/>. Di più, uno degli articoli ivi citati (Boaler *et al.*, 2018) lascia intuire come questo progetto abbia anche come obiettivo la promozione di un metodo educativo *online* alternativo a quello scolastico, che potrebbe essere non privo di interessi particolari di autopromozione (benché gratuito). Del resto è bene diffidare di facili semplificazioni, come l'assunto proposto: "Everyone can learn mathematics to high levels" (ivi).

Un altro aspetto che credo sia importante rilevare preventivamente è il seguente: le attività sono importanti, ma altrettanto importante è il modo di proporle. Nell'ultimo paragrafo (3.4) di questo capitolo mostrerò, attraverso un altro progetto, l'importanza che ogni attività sia collegata alla riflessione, da parte dei bambini, *sui processi e sulle strategie* messi in atto nell'attività stessa.

L'idea di base è quella di costruire una sorta di *comunità di apprendimento* in cui i docenti possono interagire con i discenti di ogni età nella realizzazione di specifici obiettivi. Tutto ciò attraverso una filosofia di fondo riassumibile in alcuni punti fondamentali che ricalcano molti temi già affrontati.

Promuovere la *consapevolezza che tutti possono imparare* la matematica fino a raggiungere alti livelli, quindi gli esercizi proposti ad ogni ordine di scuola sono sfidanti e di alto livello; da parte degli insegnanti c'è un'attenzione continua ad elogiare le idee e gli sforzi prodotti per ottenerle, non la persona.

Avere consapevolezza che *la matematica è visiva*, quindi i docenti sono incentivati a chiedere agli allievi di disegnare le proprie idee, utilizzarle per spiegare ragionamenti e argomentare soluzioni; gli studenti sono incentivati ad usare la dimensione

spaziale e del corpo e ricevono molte consegne che includono una componente visiva, in modo da nutrire sempre questo dominio.

Favorire un ambiente ricco, pieno di meraviglia e di curiosità: l'insegnante propone nuove consegne inserendo modalità che attivano la curiosità; gli studenti abitano un ambiente che li avvia verso nuove esplorazioni, in piena libertà di porre domande con la consapevolezza che la matematica è un enigma da risolvere insieme e i progressi del singolo sono progressi per l'intera comunità.

Dare molta importanza alla comunicazione e alle connessioni: gli studenti lavorano in gruppo condividendo idee e immagini, sono incentivati a collegare le nuove idee a lezioni precedenti o eventi della loro quotidianità e del mondo, guidati da docenti che creano opportunità affinché questi collegamenti avvengano.

Incentivare una visione aperta della matematica: la materia viene vissuta come mondo da scoprire, dove espressioni come "la mia idea", "il mio metodo" sono all'ordine del giorno per la classe, perché la creatività è apprezzata e stimolata dal docente in ogni occasione.

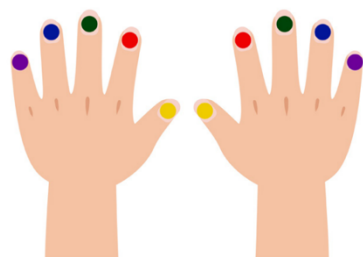
Valorizzare gli errori, lasciando all'alunno la libertà di prendersi rischi. Gli studenti sono invitati a discutere le idee anche quando hanno sbagliato, i compagni infatti cercano di capire piuttosto che di correggere; gli studenti si sentono a proprio agio anche quando

fanno errori e lavorano insieme agli insegnanti e alla classe quando sono bloccati.

Riporto in seguito alcuni esempi di attività¹⁷⁵ che ho personalmente scelto e tradotto e che rendono a mio avviso molto bene l'idea del funzionamento dell'ambiente di lavoro di YouCubed.

Il labirinto delle dita colorate (4-5 anni)

Questo gioco¹⁷⁶ sviluppa nel bambino in età prescolare l'area neurale somatosensoriale corrispondente alle dita. Il gioco richiede di mettere un punto colorato su ogni unghia del bambino, rispettando l'ordine della figura.



Il bambino a questo punto ha a disposizione tre fogli con tre diversi labirinti, posti in ordine di difficoltà. Viene richiesto di iniziare dal primo labirinto. L'insegnante chiede al bambino di iniziare con la mano dominante, abbinando l'indice rosso con il

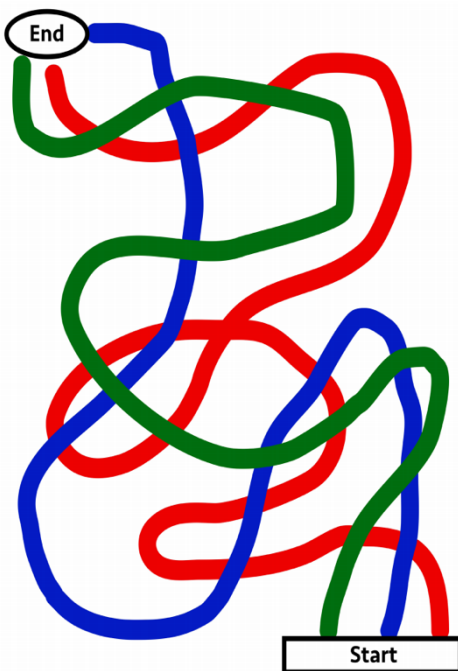
¹⁷⁵ Per una ricerca avanzata del materiale disponibile vedere: <https://www.youcubed.org/tasks/>.

¹⁷⁶ Materiale scaricabile dal link: <https://www.youcubed.org/wp-content/uploads/2017/03/Finger-Activities-vF.pdf>.

percorso rosso, chiede al bambino di tracciare lentamente il percorso fino alla fine; ogni percorso deve essere fatto lentamente e richiede alcuni secondi di esecuzione. Si richiede poi al bambino di passare al percorso verde ed infine a quello blu utilizzando le dita corrispondenti. Dopo che il bambino ha usato la mano dominante, l'insegnante chiede di ripetere i percorsi con l'altra mano.



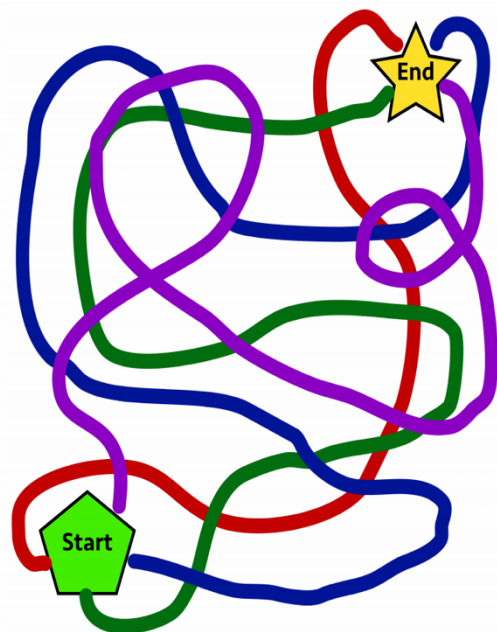
Finger Maze 1



3



Finger Maze 2



4

Help Chezi the mouse find the cheese!



Il gioco del porcello (6-7 anni)

Questo è un gioco¹⁷⁷ veloce, che può essere affrontato per esercitarsi con la somma. Si gioca a coppie, l'obiettivo è quello di essere il primo giocatore a raggiungere quota 100.

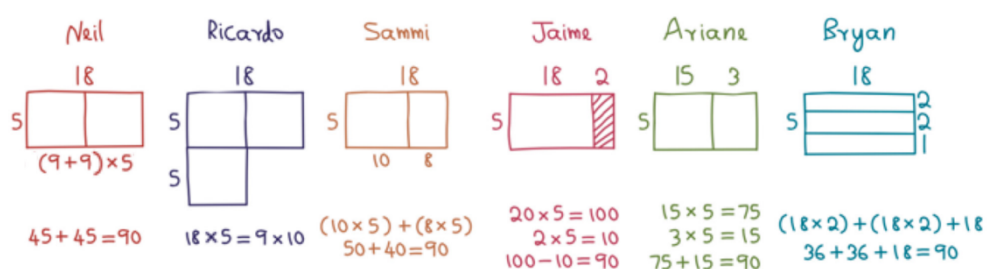
È necessario avere un foglio di carta per giocatore e due dadi numerici. Il primo giocatore tira i dadi e determina la somma raggiunta. Può interrompere e registrare la somma oppure continuare a lanciare e sommare nuovi risultati, lanciando la coppia di dadi tutte le volte che si vuole. Bisogna fare attenzione però, perché c'è una regola che impone che se il giocatore ottiene 1 su uno dei dadi, il suo turno termina con punteggio nullo registrato per quel turno. Se sfortunatamente ottiene doppio 1, il suo turno termina e l'intero punteggio viene riportato a 0.

Questo per far sì che l'operazione della somma, tipicamente ripetitiva e noiosa in prima e seconda elementare, diventi, in un contesto di gioco e di sfida, divertente, e non disgiunta da un elemento strategico (se si tira di nuovo si rischia di perdere) di lettura della situazione di gioco.

¹⁷⁷ Gioco visionabile al link: <https://www.youcubed.org/tasks/pig/>.

Le moltiplicazioni visive (8-12 anni)

Abituare gli studenti a includere la componente visiva nelle risposte alle consegne è uno dei punti chiave che abbiamo osservato. In questo esempio è riportata la moltiplicazione 18×5 , e come alcuni degli studenti sono riusciti a scomporla visualizzando diversi risultati che mettono in luce strategie differenti. Si può apprezzare bene qui anche l'importanza della molteplicità delle rappresentazioni della stessa cosa:



from Jo Boaler. Mathematical Mindsets (2016)

Questo tipo di esercitazione apre le porte ad un gioco chiamato *Quanto manca al 100?* Il gioco necessita del foglio¹⁷⁸ riportato nella figura qui sotto e di due dadi numerati. Si gioca a coppie, uno contro l'altro, con i due bambini che condividono una griglia vuota di 100 caselle. Il primo giocatore lancia due dadi. I due numeri usciti saranno usati dal bambino per creare una "griglia moltiplicativa", ossia un diagramma rettangolo corrispondente

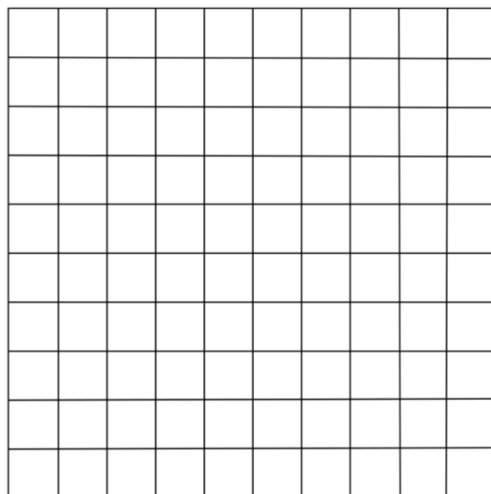
¹⁷⁸ Materiale scaricabile da <https://www.youcubed.org/tasks/how-close-to-100/>.

alla moltiplicazione dei due numeri, e la posizionerà dove vuole sulla tabella del 100. L'obiettivo è riempire la tabella per renderla più piena possibile. Dopo che il giocatore ha disegnato la griglia sulla tabella, scrive in basso la moltiplicazione che descrive la griglia disegnata. Il secondo giocatore lancia a sua volta i dadi, disegna la griglia moltiplicativa e registra la moltiplicazione.

Il gioco termina quando entrambi i giocatori hanno lanciato i dadi e non possono inserire più griglie moltiplicative. Vince chi ha apposto l'ultima griglia.



How Close to 100?



- | | |
|-----------------------|------------------------|
| 1. ____ x ____ = ____ | 6. ____ x ____ = ____ |
| 2. ____ x ____ = ____ | 7. ____ x ____ = ____ |
| 3. ____ x ____ = ____ | 8. ____ x ____ = ____ |
| 4. ____ x ____ = ____ | 9. ____ x ____ = ____ |
| 5. ____ x ____ = ____ | 10. ____ x ____ = ____ |

Una variazione può essere rappresentata facendo giocare i bambini singolarmente. Ogni bambino può avere la propria griglia numerica. A conclusione si osserva chi è riuscito ad avvicinarsi più a 100.

Gara al 100 (8-12 anni)

Questo gioco¹⁷⁹ offre agli studenti l'opportunità di esercitarsi con addizioni, sottrazioni, moltiplicazioni e divisioni mentre provano a raggiungere 100 su una tabella 10x10 numerata da 1 a 100. Il gioco può essere modificato aggiungendo più dadi o usando dadi con più di 6 facce. Gli studenti potranno divertirsi giocando e inventando le proprie regole per un nuovo gioco.

Ogni giocatore a turno lancia due dadi. Le pedine dei giocatori sono posizionate a zero, fuori dal quadrato. Il primo giocatore può scegliere di calcolare la somma, la differenza, il prodotto o il quoziente dei due numeri visualizzati sui dadi. Il primo giocatore sposta quindi la propria pedina su quel numero.

Gli altri giocatori fanno lo stesso. Al secondo turno il giocatore determina la somma, la differenza, il prodotto o il quoziente del nuovo lancio di dadi. Questo numero viene quindi aggiunto al numero raggiunto nella giocata precedente, e la pedina viene posizionata nel numero raggiunto. Il gioco termina quando un giocatore raggiunge il cento.

Se un giocatore lancia e calcola un numero che non può essere aggiunto all'ultimo numero senza superare i 100, perde il proprio turno. Se il giocatore che ha iniziato per primo arriva a 100, il

¹⁷⁹ Materiale scaricabile al link: <https://www.youcubed.org/tasks/race-one-hundred/>.

secondo giocatore ha diritto ad un lancio, la partita può ancora terminare con un pareggio.

Con il tempo e la pratica i bambini possono scegliere di includere un numero negativo ottenuto prendendo la differenza di due numeri in cui il numero sottratto è maggiore del numero iniziale.



Race to One Hundred

91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

3.3.2 Il progetto “PerContare”

Il progetto “PerContare” nasce da un lavoro congiunto di didattici della matematica e psicologi cognitivi, e si occupa di avviare all’aritmetica bambini in età di passaggio dalla scuola d’infanzia alla primaria. Coordinatori scientifici sono Anna Baccaglioni-Frank dell’Università di Pisa e Maria Giuseppina Bartolini Bussi e Giacomo Stella dell’Università di Modena e Reggio Emilia. Il target previsto è quindi quello relativo alla scuola primaria, ed il link di riferimento è il seguente: <https://www.percontare.it/>.

Insegnanti e genitori possono trovare nel progetto risorse per attività da proporre in classe o a casa, esercizi proposti sotto forma di gioco e che possono prevedere l’utilizzo di software scaricabili direttamente dal sito o di artefatti fisici.

Il sito inoltre mette a disposizione dei docenti guide multimediali con tecniche di provata efficacia, per supportare la didattica dei bambini dai 6 ai 12 anni. Sono più di 12.000 i docenti iscritti al progetto mentre scrivo questa tesi.

Il progetto è iniziato nel 2011, ed è attualmente avviato verso la fase II, con l’intento di apportare pratiche didattiche che

abbattano la percentuale di falsi positivi discalculici¹⁸⁰ alla fine del ciclo di scuola primaria.

La prima fase del progetto (2011-2014) ha portato ad ottimi risultati. Li illustra lo studio longitudinale¹⁸¹ condotto da Baccaglini-Frank e Bartolini Bussi su 10 classi di scuola primaria, per un totale di 208 bambini. I risultati riportano la percentuale di bambini a rischio discalculia (o con diagnosi di discalculia anche in comorbidità) calcolata al terzo anno di scuola, rilevando poi la situazione alla fine del quarto e del quinto anno di primaria, e comparandola tra classi sperimentali e classi di controllo statisticamente equiparabili. Nelle classi sperimentali le insegnanti di matematica sono state formate da un team di collaboratori del progetto “PerContare” e hanno ricevuto tutti i supporti didattici e i manufatti necessari.

Tra classi sperimentali e classi di controllo è stata riscontrata una differenza notevole: mentre nelle classi di controllo la percentuale di bambini in cui si riscontrano difficoltà gravi di apprendimento matematico alla fine del primo e del secondo anno di sperimentazione sono rispettivamente del 7% e del 9%

¹⁸⁰ Si tratta cioè di coloro che risultano positivi alle batterie di test per la discalculia evolutiva, evidenziando dunque gravi difficoltà nel numero e nel calcolo, pur senza soffrire del disturbo. I dati statistici del *National survey on learning disabilities* del 2005 riportavano per la nostra nazione tale percentuale a circa il 20%.

¹⁸¹ Baccaglini-Frank e Bartolini Bussi, 2016.

(quindi anche tendenzialmente in crescita), nelle classi sperimentali le percentuali sono molto più basse e in decrescita, rispettivamente del 4% (alla fine della quarta elementare) e del 2% (alla fine della quinta).

Sono da notare anche aspetti più qualitativi non meno importanti: le classi sperimentali hanno apportato nel calcolo una maggiore varietà nelle strategie, elevata accuratezza, e nessun bambino che non risponde quando interrogato; esse prevedono tempi *più lunghi* di circa 3 mesi nell'automatizzazione dei fatti moltiplicativi, ma la memorizzazione è avvenuta in maniera diversa e più profonda. Nelle classi di controllo si sono rilevate al contrario strategie più standardizzate, accuratezza minore e vari bambini che non rispondono.

Il progetto è costituito da tre attività principali: *favorire l'acquisizione di competenze numeriche* nei bambini attraverso percorsi di buona didattica della matematica; *monitorare le competenze dei bambini* con attività rivolte a tutta la classe, e *potenziare le attività* attraverso materiali cartacei e software.

Le pratiche didattiche descritte presentano diverse finalità: favorire lo sviluppo del *number sense* promuovendo l'uso di mani e dita per rappresentare e manipolare numeri e promuovendo esercitazioni continue di calcolo a mente per comporre e scomporre numeri; favorire la *visualizzazione* delle proprietà dei

numeri e in generale il canale visivo per la risoluzione degli esercizi di matematica, unendo aspetti geometrici e aspetti aritmetici; promuovere processi di *argomentazione e generalizzazione*; promuovere un approccio *multimodale* usando diversi canali per accedere e promuovere le informazioni.

Per attuare queste finalità il progetto utilizza numerosi *artefatti*, in un quadro di didattica *laboratoriale*. L'utilizzo di artefatti consente di avviare pratiche didattiche che non poggiano su canali visivo-verbali ma piuttosto *visivi e cinestetico-tattili*, facendo riferimento quindi ai domini funzionali appropriati per la matematica. Essi offrono altresì un prezioso aiuto a noi docenti in quanto permettono di "leggere" gli schemi cognitivi sottostanti gli schemi d'utilizzo scelti da ogni bambino. Gli artefatti sono strumenti fondamentali che permetteranno al bambino di costruire nel tempo *significati* matematici. Tra quelli maggiormente utilizzati nel progetto troviamo: le mani, la linea dei numeri, la pascalina, le cannuce, il b-abaco e l'abaco.

Osserviamo dunque qui di seguito alcune pratiche di didattica della matematica suggerite dal progetto per i primi due anni di scuola primaria che utilizzano artefatti fisici.

Esercizi di gnosis digitale: indovinelli con le dita

Obiettivo di questi esercizi è potenziare aspetti semantici dei numeri, in particolare rappresentazioni analogiche. Abbiamo osservato come l'uso delle mani e delle loro rappresentazioni potenziano la gnosis digitale.

Fin dai primi giorni di scuola l'insegnante favorisce momenti di scambio collettivi incentrati su indovinelli sfidanti che esercitano l'area digitale attraverso l'uso delle mani. L'insegnante chiede per esempio alla classe quale è il numero che viene fuori se: *“Una mano ha tre dita abbassate e l'altra due dita sollevate”*.

Il processo che i bambini devono attuare per arrivare al risultato di 4 passa attraverso la decina e il suo sottomultiplo 5. Il bambino deve infatti imbattersi nel 5 e nella relazione di complementarità tra 2 e 3. Osservando la classe l'insegnante potrà comprendere chiaramente i meccanismi cognitivi sottostanti di ogni individuo: bambini che rispondono correttamente senza l'uso delle mani, bambini che rispondono correttamente visualizzando i passaggi e osservando l'immagine risultante o bambini



che hanno bisogno di contare ogni dito risultante.

Sulla base di questo gioco è stato sviluppato anche un software, disponibile sul sito del progetto¹⁸², in cui Betta la coniglietta, il soggetto del software, nascondendo le mani dietro la schiena chiede al bambino di rispondere ad indovinelli simili a quelli riportati come esempio. I compiti sono richiesti verbalmente e si possono riascoltare. Il bambino può inserire la risposta scegliendo il risultato da una griglia numerica da 0 a 9.

La notazione posizionale decimale: lavorare con le cannuce

Il gioco delle cannuce è una pratica che ha una tradizione molto antica di didattica della matematica ed è praticabile con artefatti reperibili ed economici come cannuce o bacchette di legno.

¹⁸² Per approfondimenti si veda il link: <https://www.percontare.it/software/indovinelli-con-le-dita/>



Questa pratica favorisce lo sviluppo delle capacità di riconoscimento della decina, aiutando i bambini a visualizzare con familiarità le scomposizioni e composizioni di numeri in unità e decine. Essa mantiene infatti l'aspetto semantico della "decina" intesa come "10 cannucce" anziché fornire un modello astratto in cui la decina diventa la nuova protagonista dopo il lungo lavoro sulle unità, cambiando semplicemente posizione ed inserendo lo 0. Per essere "lette" con semplicità le cannucce hanno solo bisogno di essere raggruppate con un elastico ogni volta che ne abbiamo 10.

3 decine e 14 unità sono per esempio rappresentate da 3 fascetti legati e 14 cannucce sfuse. Ma per visualizzarle meglio

posso raggruppare e spostare le 10 cannuce sfuse, e questo permette di leggere diversamente la situazione, che si ora presenta come 4 fascetti da 10 e 4 cannuce sfuse, che equivalgono a 4 decine e 4 unità in maniera naturale, proprio come si leggono i numeri.

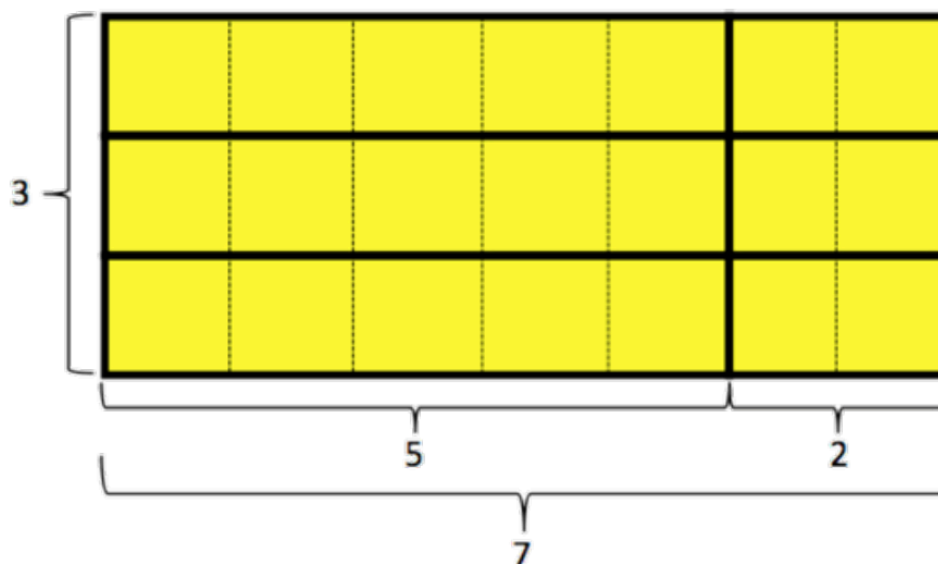
Anche per questo tipo di esercizio esiste un software disponibile online, con diverse modalità (scatole trasparenti o cannuce sfuse con fascetti). Questi software si stanno rivelando molto utili per tanti maestri e maestre in un periodo di forzata didattica a distanza come quello che stiamo vivendo in questi mesi.

Le tabelline e la moltiplicazione con i diagrammi rettangolo

Dalla classe seconda vengono introdotti i *diagrammi rettangolo* per favorire un approccio non verbale alle tabelline, argomento cardine per la fascia di bambini dai 7 agli 8 anni.

Partendo dalle sequenze di multipli conosciuti e semplici (per esempio 2, 5 e 10) i bambini lavorano sui diagrammi per scoprire tabelline che ancora non conoscono. Attraverso l'utilizzo di proprietà geometriche elementari si utilizzano proprietà aritmetiche delle operazioni, in particolare le proprietà commutative e distributiva della moltiplicazione sull'addizione. Queste proprietà sono incorporate in modo naturale nelle figure

e i bambini, per scoperta, arrivano a conoscere e lavorare sulle tabelline.



Ad esempio per calcolare il risultato dell'operazione 3×7 i bambini possono usare i diagrammi rettangolo 3×5 e 3×2 , avendo spezzato il 7 in 5 e 2 e conoscendo i risultati intermedi 15 e 6. Il prodotto risultante sarà la somma di 15 e 6 che fa 21. È quindi possibile per i bambini *scomporre il problema in sotto-problemi più semplici*, di cui conoscono i risultati e di cui hanno già padronanza.

In alcuni casi, prima ancora di aver automatizzato i fatti moltiplicativi, i bambini riescono a lavorare sui numeri, senza avere fisicamente l'artefatto di fronte a loro. In tutti i casi però i bambini rispondono e risolvono le moltiplicazioni usando in modo

corretto gli artefatti che li portano a ragionare in maniera profonda. Crescendo automatizzeranno la maggior parte dei risultati, ma avranno a disposizione sempre una modalità per richiamare alla memoria risultati di moltiplicazioni più difficili.

3.4 UNA SPERIMENTAZIONE IN PRIMA PERSONA

In questo paragrafo finale vorrei offrire un quadro del progetto di sperimentazione didattica “Problem solving alla primaria”, promossa dalla Scuola Normale Superiore di Pisa e dall’Accademia dei Lincei e diretta da Pietro Di Martino, in cui sono coinvolta in qualità di tutor¹⁸³. Il percorso è iniziato nel gennaio del 2020, ed è al momento interrotto a causa del Covid-19, ma contiene indicazioni didattiche molto preziose alla luce di quanto emerso finora.

Il progetto è articolato come un corso dedicato agli insegnanti di scuola primaria, nel quale, partendo dalle *Indicazioni Nazionali per il curricolo della scuola d’infanzia e del primo ciclo di istruzione* emanate dal MIUR nel 2012¹⁸⁴ e da una trattazione del *problem solving* alla primaria, viene proposto agli insegnanti di

¹⁸³ Si veda la scheda del progetto al link: <https://www.sns.it/it/formazione-insegnanti-accademia-dei-lincei-normale-scuola/problem-solving-alla-primaria>.

¹⁸⁴ Ministero dell’Istruzione, 2012.

sperimentare metodologie e materiali di lavoro nelle loro classi, seguiti dai tutor. I risultati della sperimentazione saranno poi oggetto di discussione durante il corso e di studio.

Avrei voluto concludere questa tesi con un'elaborazione del materiale didattico che avrei raccolto – in particolare mi sarei occupata del materiale relativo alle classi prime, analizzando proprio il delicato passaggio dalla scuola d'infanzia alla primaria – ma questo sarà possibile solo più avanti. Discuterò tuttavia qui di seguito alcuni elementi salienti e due esempi di materiale proposto.

Le *Indicazioni Nazionali* costituiscono un riferimento importante per la riflessione di didattica matematica più aggiornata, a partire dalla centralità del *laboratorio*, “inteso sia come luogo fisico sia come momento in cui l'alunno è attivo, formula le proprie ipotesi e ne controlla le conseguenze, progetta e sperimenta, discute e argomenta le proprie scelte, impara a raccogliere dati, negozia e costruisce significati, porta a conclusioni temporanee e a nuove aperture la costruzione delle conoscenze personali e collettive”¹⁸⁵. Lo spazio anche mentale dell'attività matematica deve essere dunque uno spazio aperto di esperienza e di scoperta, in cui hanno un ruolo cruciale, spiegano Di Martino e Zan, “il lavoro collaborativo [...], la discussione

¹⁸⁵ Ivi, p. 60.

collettiva, la richiesta di descrivere i processi di pensiero attivati e di argomentare”¹⁸⁶.

L’attenzione rivolta ai processi, il “ragionare sui perché”¹⁸⁷, la congettura e l’argomentazione, sono tutti considerati da Di Martino componenti essenziali del percorso dell’apprendimento matematico alla primaria, fin dagli esordi delle competenze numeriche. Attivare la “mente matematica”, nutrire il “senso del numero”, potremmo dire, sono possibili attraverso la messa in gioco anche di funzioni cognitive ampie e generali.

Per questo un ruolo centrale hanno i *problemi*¹⁸⁸, proprio perché essi non richiamano solo l’aspetto esecutivo, ma richiedono, se sono “buoni” problemi, proprio l’attenzione sulle procedure e la capacità anche immaginativa di guardare tra le proprie risorse cognitive ciò che è significativo e può servire. La differenza fra “esercizio” e “problema” è infatti proprio che “nel primo caso l’individuo ha già a disposizione una procedura per raggiungere la meta, nel secondo no”¹⁸⁹. Un problema del resto può anche non avere risposta, o averne tante, o essere aperto a più procedure o approcci risolutivi.

¹⁸⁶ Di Martino e Zan, 2019, p. 45, corsivo mio.

¹⁸⁷ Ivi, p. 46.

¹⁸⁸ Aspetto ribadito, ancora, anche dalle *Indicazioni Nazionali*.

¹⁸⁹ Di Martino e Zan, 2019, p. 55.

Propongo qui di seguito due schede di attività dedicate alla prima classe della scuola primaria, che possono illustrare bene la molteplicità dei livelli che problemi semplici, ma opportunamente posti, possono mettere in gioco. Le schede sono costituite da un problema rivolto ai bambini con, dietro, le indicazioni operative e metodologiche per l'insegnante.

La prima scheda riguarda proprio l'approccio dei bambini ai "problemi": viene richiesto ai bambini di disegnare "un mio problema" e "come l'ho risolto". Ciò che è importante è che l'attività, inizialmente individuale (senza troppi preamboli o esempi preliminari da parte dell'insegnante), possa trasformarsi, nel confronto e nella discussione in classe dei vari risultati (usando la LIM), in una importante forma di riflessione sulla *varietà* delle "situazioni che riconosciamo come problemi", sul fatto che alcuni problemi sono risolvibili e altri no, e ancora sul fatto che possono esserci *più modi* di risolverlo, con ulteriori sviluppi metacognitivi molto stimolanti (si veda nel dettaglio la scheda sotto). Un esempio illuminante di come una proposta semplice possa essere l'inizio di un confronto persino entusiasmante anche per l'insegnante, a patto di saper insieme "ascoltare" e "condurre" il flusso delle idee che scaturisce, se stimolati nel modo giusto, dai bambini.

DISEGNA UN PROBLEMA

► UN MIO PROBLEMA:



► COME L'HO RISOLTO:



► NOME..... ► CLASSE..... ► DATA.....

Per l'insegnante

L'attività

La seconda attività del percorso introduttivo sui problemi prevede che i bambini disegnino un problema e la soluzione che hanno trovato per risolverlo.

L'abbiamo scelta perché

La prima attività ha introdotto l'idea di problema, e quindi i bambini dovrebbero essere in grado di scegliere un'esperienza che ha le caratteristiche del problema.

Dall'attività dovrebbero risaltare più chiaramente alcuni elementi già emersi dall'attività precedente:

- a) la varietà delle situazioni che riconosciamo come problemi;
 - b) il fatto che, quando un problema è risolvibile, i modi per risolverlo possono essere molteplici.
- Inoltre potrebbe emergere il fatto che il riconoscimento di una situazione come problema dipende dall'allievo (quello che è problema per un allievo, può non esserlo per un altro), cioè è *soggettivo* (termine che si può introdurre in questa occasione).

Indicazioni metodologiche





- 1) Lavoro individuale: si consegna ai bambini la scheda e si chiede di rappresentare un problema e la sua soluzione negli spazi appositi. È importante che il disegno sia realizzato individualmente, senza troppi confronti e contaminazioni tra i bambini, soprattutto senza esempi proposti dall'insegnante.
- 2) Condivisione: una volta raccolti tutti i disegni, l'insegnante può proiettarli alla LIM (o comunque mostrarli) in modo da dividerli con la classe.
- 3) Discussione: dopo aver condiviso i disegni con la classe, l'insegnante può chiedere quali somiglianze e differenze gli allievi riconoscano fra i vari esempi (si può arrivare a una sorta di classificazione degli esempi prodotti).

Sviluppi suggeriti

Uno sviluppo auspicabile è l'avvio di una discussione, sulla base di quanto emerso dall'attività, relativamente a:

- a) quali sono le caratteristiche che compaiono sempre in un problema;
- b) che cosa è importante per risolvere un problema;
- c) la differenza fra problema "risolvibile" e problema che "so risolvere".

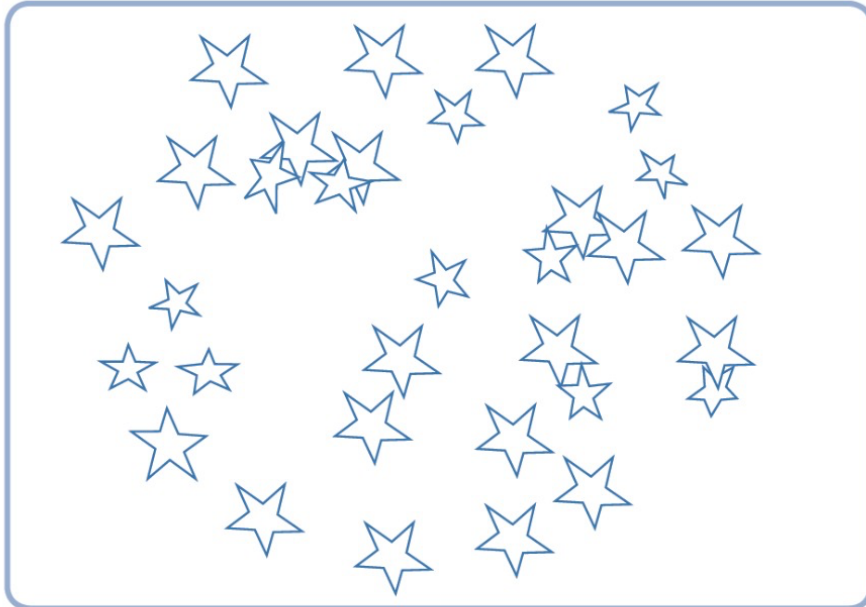
In sintesi

TEMPO (INDICATIVO)	MODALITÀ DI LAVORO	ARGOMENTI	PAROLA AGLI ESPERTI
 1 ora e 30'	 Lavoro individuale + discussione collettiva	 L'idea di problema, risolvibilità di un problema	

Un secondo esempio, di nuovo pensato per le prime classi, mostra bene come anche nell'apprendimento delle procedure numeriche elementari problemi e *argomentazioni* siano uno strumento essenziale per sviluppare attenzione e consapevolezza. Come si vede nelle schede sotto, ai bambini viene proposto di contare un insieme irregolare di stelle, ma la parte più importante è la richiesta di *spiegare* come le si è contate. Quella che in genere è sperimentata come una procedura meccanica, che qui ingloba senza farci troppo caso capacità di raggruppamento anche attraverso l'intuizione numerica elementare (il *subitizing* di cui sopra...), viene messo direttamente al centro dell'attenzione, di più: diventa oggetto di *strategie* e possibilità diverse di procedere. L'obiettivo è "potenziare" le capacità di conteggio, lavorando però, di nuovo attraverso la discussione collettiva delle varie soluzioni, su "alcune competenze trasversali significative: la capacità di *esplicitare* le strategie adottate; la capacità di *ascoltare e valutare* le strategie altrui" (nelle schede sotto, corsivi miei).

Conta le stelle

► Quante sono le stelle?



► Spiega come le hai contate:

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



► NOME ► CLASSE ► DATA

Per l'insegnante

L'attività

L'attività parte dalla proposta di un problema Invalsi 2013 per il livello 2, al quale è stata aggiunta la domanda finale sulla modalità di conteggio.

L'abbiamo scelta perché

Il problema mette in gioco le strategie di conteggio, particolarmente significative all'inizio del percorso educativo matematico e non a caso richiamate nelle Indicazioni Nazionali (*"Ha familiarità con le strategie del contare"*).

La domanda finale è particolarmente importante perché potenzia le strategie di conteggio (che il solo risultato del conteggio non evidenzia). La discussione di classe sulle risposte raccolte permette di lavorare su più competenze trasversali significative:

- la capacità di esplicitare le strategie adottate;
- la capacità di ascoltare e valutare le strategie altrui.

Indicazioni metodologiche

È importante che l'attività sia proposta individualmente. Durante questa fase, il ruolo dell'insegnante è di osservare senza intervenire.

Raccolte tutte le risposte, è necessaria una discussione collettiva che parta dal confronto sul risultato, per arrivare alle diverse metodologie di conteggio adottate. Il fatto che tipicamente in una classe emergano risposte diverse alla domanda: *"Quante sono le stelle?"* favorisce lo spostamento dell'attenzione sul vero obiettivo dell'attività: la riflessione sulle strategie di conteggio. L'insegnante può infatti chiedere: *"Come facciamo per essere sicuri di aver contato nel modo giusto?"*. Se le strategie sono state descritte anche con disegni (o figure) può essere opportuno proiettarle, se possibile, sulla LIM. È comunque importante far confrontare l'efficacia delle strategie di conteggio al di là del fatto che diano lo stesso risultato.

Sviluppi suggeriti

Al termine dell'attività, l'insegnante può rilanciare domandando: *"Qual è stata la cosa più difficile nel conteggio delle stelle?"*. Dovrebbe emergere che la difficoltà sta nel fatto che le stelle sono oggetti inamovibili e disposti in modo caotico. In ogni caso, l'insegnante può stimolare gli allievi proponendo la seguente attività: *"Disegna le stelline in modo da facilitarne il conteggio"*.

In sintesi

TEMPO (INDICATIVO)	MODALITÀ DI LAVORO	ARGOMENTI	PAROLA AGLI ESPERTI
 1 ora	 Lavoro individuale + discussione collettiva	 Strategie di conteggio	

Colgo l'occasione di questo esempio per motivare anche come mai, in una tesi che parla dell'importanza di "nutrire" il senso del numero nei bambini, dunque del "codice analogico" di Dehaene, non sia stato preso in considerazione un metodo che ha avuto una certa fortuna in Italia, il "Metodo di Bortolato", o "analogico"¹⁹⁰. Molte criticità di impostazione sono state rilevate da studiosi di didattica della matematica, al punto da suscitare una lettera aperta firmata da molti ricercatori¹⁹¹: l'idea di proporre un apprendimento senza sforzo¹⁹², il rifiuto delle spiegazioni, il *focus* sul risultato, l'impiego di collegamenti per analogie puramente mnemoniche. Tra queste ragioni, è importante notare un fatto che spero di aver mostrato chiaramente nell'ultimo esempio: l'acquisizione di competenze numeriche e aritmetiche, con ciò lo sviluppo del senso intuitivo del numero nel processo di acquisizione del linguaggio matematico, è qualcosa che ha bisogno in modo essenziale di sviluppare le procedure generali di riflessione, argomentazione e *problem solving*. Non esiste un modo *naturale* di arrivare alla matematica: come ogni altro sapere essa è un costrutto culturale, che richiede capacità critica.

¹⁹⁰ Con riferimento proprio all'aspetto intuitivo, "semantico" del numero, cfr. Bortolato, 2014.

¹⁹¹ Si veda la lettera al link: <http://maddmaths.simai.eu/didattica/il-metodo-bortolato/>. Tra i firmatari Di Martino e vari esponenti dell'Associazione Italiana di Ricerca in Didattica della Matematica (AIRDM).

¹⁹² Bortolato scrive addirittura in apertura del suo libro: "Lo scopo di questo metodo è quello di alleviare il peso della scuola cambiando la didattica, anzi procedendo verso un suo graduale dissolvimento (*sic*)" (Bortolato, 2014).

Andando avanti, il materiale del corso di Di Martino propone problemi più complessi, con una attenzione particolare alla *cornice narrativa* in cui essi sono presentati: non solo è importante infatti che i problemi siano comprensibili, e dunque presentino una situazione concreta, immediatamente visualizzabile dal bambino; ma che suscitino *interesse*, possiamo dire proprio curiosità intellettuale. Un altro esempio di come “nutrire la matematica” sia una questione di funzioni cognitive e competenze molto più ampie di semplici abilità operative.

CONCLUSIONI per punti:

- In molti casi le esperienze (i rimproveri), le modalità educative, l'insistenza sulla velocità e la performance, ostacolano l'arricchimento dell'area del senso del numero, bloccando la formazione di circuiti complessi, connessi ed efficaci. Tanti bambini che sarebbero perfettamente in grado di apprendere la matematica, non hanno ricevuto il "nutrimento" adeguato e hanno invece elaborato il senso di impotenza di "non essere portati".
- È fondamentale nutrire il senso del numero, favorire la gnosis digitale, sviappare lettura e scrittura di codici numerici fin dal periodo prescolare, perché è allora che si attivano i periodi sensibili dell'apprendimento numerico.
- Sempre sulla base delle evidenze neuroscientifiche mostrate nel secondo capitolo, nell'apprendimento matematico dei bambini a scuola è essenziale alimentare il senso del numero, quella base intuitiva e informale che sostiene anche la matematica più avanzata. Invece che tante istruzioni verbali e procedurali, è necessario promuovere la comprensione profonda che sta alla base delle procedure.
- Tante ricerche recenti arricchiscono questo quadro, le ho delineate in alcuni punti secondo me fondamentali: l'importanza della multidimensionalità e dell'uso delle dita nell'apprendimento matematico, il ruolo positivo dell'errore

e l'importanza dei messaggi forniti dall'insegnante, il (non) valore della velocità e l'approccio non sempre vincente nell'apprendimento attraverso il *loop* "teoria ed esercizi".

- Del progetto "YouCubed" osserviamo da vicino un gioco strettamente collegato alla gnosia digitale, uno legato all'esercitazione con la somma dei numeri, un altro che favorisce la moltiplicazione attraverso schemi visivi e altri giochi sfidanti.
- Dal progetto "PerContare" osserviamo un esercizio con le dita necessario a potenziare rappresentazioni analogiche, un lavoro sulla notazione posizionale decimale legato all'uso di cannuce (o bastoncini) e le moltiplicazioni utilizzando i diagrammi rettangolo.
- Con il progetto "Problem solving alla primaria" metto in evidenza l'importanza dei problemi, dell'attenzione ai processi, dell'argomentazione nell'apprendimento matematico, e spiego perché il metodo di Bortolato, o "analogico" non è in linea con quanto è emerso in questa tesi.

CONCLUSIONI

Il lungo percorso che si è snodato fin qui ha messo in luce una serie di risultati importanti, riassunti di volta in volta alla fine dei tre capitoli. Offro qui uno sguardo più discorsivo e insieme sintetico.

Ho cercato innanzitutto di delineare un quadro almeno significativo delle novità radicali che hanno caratterizzato il campo delle neuroscienze negli ultimi decenni, e che incidono profondamente nella nostra immagine del neurosviluppo e dei processi di apprendimento. In particolare ho argomentato a favore di alcune tendenze emerse in questi anni che mettono al centro, contro vari tipi di riduzionismo, *la complessità*: la visione *connessionista*, *emergentista* e *neurocostruttivista* dello sviluppo del cervello e delle funzioni cognitive mostra la varietà delle *traiettorie evolutive*, che sono solo “abbozzate” dai nostri geni e dipendono, anche a livello di determinazione biologica, dalla fitta interazione dell’organismo con elementi ambientali, culturali, comportamentali (*epigenetica*). Una serie di scoperte, rese possibili dallo strumento inedito del *neuroimaging*, hanno arricchito questo quadro: per esempio quella dei “neuroni specchio”, e quella del carattere emotivo delle cognizioni. Entrambe mostrano per vie diverse come l’attività cognitiva considerata più “alta” della corteccia prefrontale sia in realtà

profondamente collegata a strati più arcaici del nostro cervello e del nostro essere: due esempi di un'altra tendenza importante che si è affermata in questi anni, quella che va sotto il nome di *embodied cognition*.

Ho mostrato poi la portata di queste scoperte e di questi studi nell'ambito dello sviluppo delle cognizioni numeriche e dell'apprendimento matematico: qui la ricerca ha chiarito tanti aspetti di base. I risultati della psicologia sperimentale e degli esperimenti di *neuroimaging*, ricompresi in nuovi modelli teorici come quello del *triplo codice* di Dehaene, hanno evidenziato molti risultati importanti: che la cognizione numerica e le funzioni matematiche più avanzate non consistono semplicemente in procedure simboliche (e di un qualche modulo neurale ad esse corrispondente); che al contrario esseri umani e altre specie superiori condividono fin dalla nascita una abilità numerica di base, un "senso del numero" intuitivo ed elementare; che esso, pur essendo innato, è comune a tutti, e che il resto dello sviluppo delle abilità matematiche non sia nient'altro che un lungo processo evolutivo in cui funzioni cognitive e aree neurali differenti "si intrecciano" tra loro, formando mutue connessioni attraverso i processi di apprendimento. Matematici dunque *si diventa*: con tempi e modi diversi, come diverse sono le traiettorie evolutive di ogni individuo, che però vanno opportunamente sostenute e favorite per articolarsi. La matematica, pur

appoggiandosi a reti neurali per lo più non linguistiche, non si basa su un'area e una dote speciale del nostro cervello, ma su una serie di funzioni cognitive comuni a più ambiti. Come altre cognizioni, è profondamente radicata in circuiti visuo-spaziali, sensomotori ed emotivi: tutti aspetti che ci dicono molto su come “nutrirla”.

Mi sono poi dedicata proprio a mostrare come questi risultati diano indicazioni preziose su come “nutrire la matematica” nei bambini. Le neuroscienze ci dicono come sia prima di tutto essenziale conoscere i ritmi evolutivi e i periodi sensibili (che sono molto precoci) dello sviluppo del senso del numero, e mostrano come l'acquisizione del numero non sia un fatto solo “concettuale”: esso mette invece in atto una serie di funzioni cognitive di ordine diverso che bisogna saper attivare e favorire. Ancora, esse ci fanno vedere l'importanza della componente emotiva dell'apprendimento, e perché tanti bambini sono letteralmente bloccati dall'“ansia per la matematica” e dalla paura dell'errore, con conseguenze che durano tutta la vita. Seguendo le ricerche di alcune eminenti studiose che si sono occupate proprio dell'apporto delle evidenze neuroscientifiche nell'educazione matematica, ho tracciato un quadro di queste indicazioni, mostrando come esse convergano con i risultati più aggiornati nel campo della didattica della matematica. Ne emerge un modello educativo non centrato sulle procedure, sull'abilità dell'esecuzione, sulla velocità, ma sulla capacità di sostenere il

nucleo dell'intuizione numerica dei bambini attraverso un approccio multidimensionale, che favorisca il sorgere e il consolidarsi delle connessioni, e in cui abbiano spazio i problemi, lo sperimentare attraverso gli errori e la funzione della riflessione.

Ho poi preso in considerazione le proposte educative messe a punto da due importanti studiose, che costituiscono altrettanti esempi significativi della strada che le neuroscienze ci suggeriscono; e in conclusione la sperimentazione, promossa da Scuola Normale di Pisa e Accademia dei Lincei, in cui sono coinvolta come tutor, focalizzata proprio sulla dimensione dei problemi e dell'argomentazione nella didattica matematica nella scuola primaria.

BIBLIOGRAFIA

AA.VV. (2017), *Discalculia e altre difficoltà aritmetiche a scuola. Strategie efficaci per gli insegnanti*. Trento: Erickson.

Agrillo, C. et al. (2012), *Evidence for Two Numerical Systems That Are Similar in Humans and Guppies*, in "PLOS ONE", 7 (2).

Amalric, M. e Dehaene, S. (2016), *Origins of the brain networks for advanced mathematics in expert mathematicians*, in "Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America", vol. 113 (18).

Ashcraft, M. H. e Krause, J. A. (2007), *Working memory, math performance, and math anxiety*, in "Psychonomic Bulletin & Review", 14 (2).

Baccaglioni-Frank, A. e Bartolini Bussi, M.G. (2016), *Buone pratiche didattiche per prevenire falsi positivi nelle diagnosi di discalculia: il progetto "PerContare"*, in "Form@re - Open Journal per la formazione in rete", vol. 15, n. 3.

Baccaglioni-Frank, A., Carotenuto, G. e Sinclair, N. (2020), *Eliciting preschoolers' number abilities using open, multi-touch environments*, in "ZDM Mathematics Education", 52 (4).

Beilock, S. (2010), *Choke: What the Secrets of the Brain Reveal About Getting It Right When You Have To*. New York: Atria Books.

Berteletti, I. e Booth, J.R. (2015), *Perceiving fingers in single-digit arithmetic problems*, in “Frontiers of Psychology”, 6:226.

Biancardi, A., Mariani, E. e Pieretti, M. (2017), *Disturbi del calcolo e del numero. Modelli neuropsicologici, diagnosi, trattamento*. Trento: Erickson.

Boaler, J. (2019), *Limitless Mind: Learn, Lead, and Live Without Barriers*. San Francisco: HarperOne.

Boaler, J. et al. (2018), *Changing Students Minds and Achievement in Mathematics: The Impact of a Free Online Student Course*, in “Front. Educ”, 3 (26).

Bortolato, C. (2014), *La via del metodo analogico: Teoria dell'apprendimento intuitivo della matematica*. Trento: Erickson.

Bruer, J.T. (1994), *Classroom problems, school culture, and cognitive research*, in McGilly. K. (a cura di), *Classroom Lessons: Integrating Cognitive Theory and Classroom Practice*. Cambridge, Massachusetts: MIT Press.

Calvani, A. (2011), *Principi dell'istruzione e strategie per insegnare. Criteri per una didattica efficace*. Roma: Carocci.

Cantlon, J.F. e Brannon, E.M. (2007), *Basic Math in Monkeys and College Students*, in “PLoS Biol”, 5 (12).

Coyle, D. (2009), *The Talent Code: greatness isn't born. It's grow. Here's how*. New York: Bantam.

D'Amico, S. e Devescovi, A. (2013), *Psicologia dello sviluppo del linguaggio*. Bologna: Il Mulino.

D'Amore, B. (2016), *A proposito di "metodi di insegnamento" univoci. Errori pedagogici, epistemologici, didattici e semiotici delle metodologie univoche*, in "La Vita Scolastica web", link: <https://www.giuntiscuola.it/lavitascolastica/magazine/articoli/a-proposito-di-metodi-di-insegnamento-univoci/>.

D'Intino, F. (2020), *Valutare senza voto numerico: strumenti e riflessioni di una sperimentazione di matematica alle scuole secondarie di primo grado*, in "Didattica della matematica. Dalla ricerca alle pratiche d'aula", 7.

D'Sousa, D. e Karmiloff-Smith, A. (2016), *Why a developmental perspective is critical for understanding human cognition*, in "Behavioral and Brain Sciences", vol. 39.

Damasio, A. (1995), *L'errore di Cartesio. Emozione, ragione e cervello umano*. Milano: Adelphi.

Dweck, C.S. (2007), *The Secret to Raising Smart Kids*, in "Scientific American Mind", 18 (6).

de Hevia, M.D., Vallar, G. e Girelli, L. (2008), *Visualizing numbers in the mind's eye: The role of visuo-spatial processes in numerical abilities*, "Neuroscience and Biobehavioral Reviews", vol. 32, n. 8.

- Dehaene, S. (1992), *Varieties of numerical abilities*, in "Cognition", 44.
- Dehaene, S. (2010), *Il pallino della matematica*. Milano: Raffaello Cortina.
- Dehaene, S. (2019), *Imparare*. Milano: Raffaello Cortina.
- Dehaene, S. e Cohen, L. (2007), *Cultural recycling of cortical maps*, in "Neuron", 56 (2).
- Dehaene, S. et al. (2003), *Three parietal circuits for number processing*, in "Cognitive Neuropsychology", 20.
- Di Martino, P. e Zan, R. (2019), *Problemi al centro. Matematica senza paura*. Firenze: Giunti Scuola.
- Di Martino, P. e Zan, R. (2020), *Problemi per crescere. Matematica senza paura*. Firenze: Giunti Scuola.
- Diamond, A. (2013), *Executive Functions*, in "Annual Review of Psychology", 64.
- Dixon, A. (2002), *Editorial*, in "FORUM", 44 (1).
- Feigenson L., Dehaene, S. e Spelke, E. (2004), *Core systems of number*, in "TRENDS in Cognitive Sciences", vol. 8, n.7.
- Fias, W., Menon, V. e Szűcs, D. (2013), *Multiple components of developmental dyscalculia*, in "Trends in Neuroscience and Education", vol. 2, n. 2.

Friedman, N.P. e Miyake, A. (2017), *Unity and Diversity of Executive Functions: Individual Differences as a Window on Cognitive Structure*, in "Cortex", 86.

Gallese, V. (2003), *The Roots of Empathy: The Shared Manifold Hypothesis and the Neural Basis of Intersubjectivity*, in "Psychopathology", vol.36 (4).

Gallese, V. e Lakoff, G. (2005), *The Brain's concepts: the role of the Sensory-motor system in conceptual knowledge*, in "Cognitive Neuropsychology", vol. 22 (3-4).

Geake, J. G. (2017), *Il cervello a scuola. Neuroscienze e educazione tra verità e falsi miti*. Trento: Erickson

Goleman, D. (1994), *Intelligenza emotiva*. Milano: Rizzoli.

Gray, E.M. e Tall, D. (1994), *Duality, Ambiguity, and Flexibility: A 'Proceptual' View of Simple Arithmetic*, in "Journal for Research in Mathematics Education", 25 (2).

Hebb, D. O. (1949), *The organization of behavior. A neuropsychological theory*. Londra: Chapman & Hall Ltd.

Hinton, C., Miyamoto, K. e Della Chiesa, B. (2008), *Brain Research, Learning and Emotions: Implications for Education Research, Policy and Practice*, in "European Journal of Education", vol. 43, n. 1.

Hiroto, D. S. e Seligman, M. E. (1975), *Generality of learned helplessness*, in “Journal of Personality and Social Psychology”, 31 (2).

Karmiloff-Smith, A. (1998), *Development itself is the key to understanding developmental disorders*, in “Trends in Cognitive Sciences”, vol. 2, n. 10.

Karmiloff-Smith, A. (2015), *An alternative to domain-general or domain-specific frameworks for theorizing about human evolution and ontogenesis*, in “AIMS neuroscience”, vol. 2 (2).

Kolb, B. e Gribb, R. (2014), *Searching for the principles of brain plasticity and behavior*, in “Cortex”, n. 58.

LeDoux, J. (2000), *Emotion circuits in the brain*, in “Annual Review Neuroscience”, XXIII.

Lorenzoni, F. (2014), *I bambini pensano grande. Cronaca di una avventura pedagogica*. Palermo: Sellerio.

Lucangeli, D. (2019), *Cinque lezioni leggere sull'emozione di apprendere. Guida alla costruzione di attività creative e sfidanti per la scuola primaria e secondaria*. Trento: Erickson.

Lucangeli, D., Iannitti, A. e Vettore, M. (2007), *Lo sviluppo dell'intelligenza numerica*. Roma: Carocci.

Lucangeli, D. e Vicari S. (2019), *Psicologia dello sviluppo*. Firenze: Mondadori Università.

Menon, V. (2015), *Saliency Network*, in Toga A. W. (a cura di), *Brain Mapping: An Encyclopedic Reference*, vol. 2. New York: Elsevier.

Merzenich, M. (2013), *Soft-Wired: How the New Science of Brain Plasticity Can Change Your Life*. San Francisco: Parnassus.

Ministero dell'Istruzione (MIUR) (2012), *Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione*, in "Annali della Pubblica Istruzione", numero speciale anno LXXXVIII.

Moeller, K. et al. (2011), *Effects of finger counting on numerical development - the opposing views of neurocognition and mathematics education*, in "Front Psychol", 2:328.

Moser, J.S. et al. (2011), *Mind your errors: evidence for a neural mechanism linking growth mind-set to adaptive posterror adjustments*, in "Psychological Science", 22 (12).

Movimento di Cooperazione Educativa, *Lettera alla ministra Azzolina*, Url: <http://www.mce-fimem.it/lettera-alla-ministra-azzolina/> (verificato in data 02.05.2020).

OSFormazione, *Come imparano gli alunni e come insegnano i docenti*, Url: <https://osformazione.it/course> (verificato in data 02.05.2020).

Park, J. e Brann, E.M. (2013), *Training the Approximate Number System Improves Math Proficiency*, in “Psychological Science”, 24 (10).

Pecini, C. e Brizzolara, D. (2020), *Disturbi e traiettorie atipiche del neurosviluppo. Diagnosi e intervento*. Milano: Mc Graw Hill.

Penner-Wilger, M. et al. (2009), *Subitizing, Finger Gnosis, and the Representation of Number*, in *Proceedings of the 31st Annual Cognitive Science Society*. Austin, Texas: Cognitive Science Society.

Phelps, E. A. (2006), *Emotions and Cognition: Insights from Studies of the Human Amygdala*, in “Annual Review of Psychology”, LVII.

Rizzolatti, G. e Arbib, M. A. (1998), *Language within our grasp*, “TINS” vol. 21, n. 5.

Roediger, H.L. e Karpicke, J.D. (2006), *Test-enhanced learning: taking memory tests improves long-term retention*, in “Psychological Science”, 17, 3.

Rubinstein, O. e Henik, A. (2009), *Developmental dyscalculia: Heterogeneity might not mean different mechanisms*, in “Trends in Cognitive Science”, vol. 13.

Schleifer, P. e Lamberl, K. (2011), *Subitizing and counting in typical and atypical development*, in “Developmental Science”, vol. 14, n. 2.

Shors, T. J. *et al.* (2012), *Use it or lose it: How neurogenesis keeps the brain fit for learning*, in “Behavioural Brain Research”, 227(2).

Spolidoro, M. *et al.* (2009), *Plasticity in the adult brain: lessons from the visual system*, in “Exp Brain Res”, 192 (3).

Trick, L. M., e Pylyshyn, Z. W. (1994), *Why are small and large numbers enumerated differently? A limited-capacity preattentive stage in vision*, in “Psychological Review”, 101 (1).

Vicari, S., Valeri, G. e Fava, L. (2012), *L'autismo. Dalla diagnosi al trattamento*. Bologna: Il Mulino.

Vygotskij, L.S. (1978), *Mind in Society. The Development of Higher Psychological Processes*. Cambridge, Massachusetts: Stanford University Press.

Young, C.B., Wu, S.S. e Menon, V. (2012), *The Neurodevelopmental Basis of Math Anxiety*, in “Psychological Science”, 23 (5).

Zan, R. (2007), *Difficoltà in matematica. Osservare, interpretare, intervenire*. Milano: Springer Italia.

Zan, R. (2018), *Insegnamento della matematica alla scuola primaria: esiste un metodo?*, slide consultabili al seguente link:
https://umi.dm.unibo.it/wp-content/uploads/2018/11/Zan_10nov_UMI_CIIM.pdf.



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
FIRENZE

SCUOLA DI STUDI UMANISTICI

E DELLA FORMAZIONE

Corso di laurea magistrale a ciclo unico

SCIENZE DELLA FORMAZIONE PRIMARIA

TESI DI TIROCINIO

A conclusione di un percorso

Studente: Rita Di Ianni

Tutor Universitario: Stefania Carioli

Anno Accademico 2019/2020

INDICE

INTRODUZIONE.....	5
LE SEDI DEL TIROCINIO	8
IL TIROCINIO NELLA SCUOLA DELL'INFANZIA	12
IL TIROCINIO NELLA SCUOLA PRIMARIA	20
FARE SCUOLA AL TEMPO DEL COVID-19	43
LA SCUOLA COME COMUNITÀ PROFESSIONALE.....	46
CONCLUSIONI	50
BIBLIOGRAFIA	52
SITOGRAFIA	54

INTRODUZIONE

Gli anni di tirocinio prevedono che il tirocinante passi 190 ore nella scuola d'infanzia e 260 ore nella scuola primaria, per un totale di 450 ore complessive di tirocinio diretto.

La scelta dell'istituto in cui cominciare il mio percorso non è stata dettata dalla vicinanza con la mia abitazione, ma è stata frutto di incontri e progetti di vita.

Nel 2010 ho avuto modo di conoscere un gruppo di insegnanti del Movimento di Cooperazione Educativa (MCE) di Roma partecipando all'Officina Matematica della Casa Laboratorio di Cenci dove ho incontrato due grandi maestri, Franco Lorenzoni e Nicoletta Lanciano, tramite i quali ho indagato il tema del Cielo come mezzo, strumento e scenario educativo.

Il percorso personale, a cui faccio cenno solo in questa introduzione, mi ha portata a scrivere la mia prima tesi di laurea, in Matematica, dal titolo *Lavorare sulla competenza matematica attraverso un percorso di osservazione del cielo. L'educazione alla congettura, al confronto e all'argomentazione.*

La formazione all'interno del MCE romano ha avuto su di me un effetto dirompente, tanto che nel 2012/13, assieme ad un gruppo di maestri e maestre, abbiamo fondato il MCE del gruppo territoriale di Pisa. La formazione all'interno del gruppo è

cominciata ben prima della mia scelta di iscrivermi a Scienze della Formazione; nel MCE romano e successivamente nel MCE del mio territorio ho cominciato ad indagare cosa significasse il “*fare scuola*”¹: in queste sperimentazioni ho trovato percorsi didattici che hanno appassionato i ragazzi alla scienza; ho trovato professori che lasciano compiti a casa che non necessitano di libro, penna o quaderno, compiti che, per la natura della richiesta, hanno come risultato produzioni tra loro tutte diverse e personali. Ancora ho trovato percorsi che fanno appassionare i bambini alla matematica attraverso l’astronomia e l’osservazione del cielo; e un’energia e una spinta innovatrice rivolte alla scuola pubblica e non a sperimentazioni isolate e, spesso, elitarie.

Ricordo bene il momento in cui ho scelto di iscrivermi nuovamente all'Università: stavo attraversando la Sardegna da sud a nord, viaggiavo in furgone sotto un cielo stellato e profondo che mi avrebbe accompagnato per giorni, parlavo con un maestro che è ancora troppo poco conosciuto. Parlavamo di utopia dopo esser stati ad una formazione intensa che ci ha visti protagonisti per cinque giorni. Fu durante questo viaggio che maturai la scelta. Giunta al secondo anno di Scienze della Formazione non ho avuto il minimo dubbio riguardo alla scuola che avrei voluto per il

¹ Riprendendo l’accezione di Philippe Meirieu nel libro *Fare la Scuola, fare scuola*, che sottolinea l’aspetto collettivo e politico dell’istituzione scuola.

tirocinio: una scuola di maestre e maestri impegnati nel ricercare quei valori e quelle tecniche che avevamo indagato tanto in quegli anni di formazione.

LE SEDI DEL TIROCINIO

Gli istituti sede del tirocinio di questi anni sono stati due, l'Istituto Gamera di Pisa e l'Istituto Gandhi di Pontedera, entrambe scuole "Senza Zaino".

Le scuole dell'Istituto Comprensivo Gamera sono dislocate nella periferia sud della città di Pisa, in diversi quartieri con realtà disomogenee per composizione socioculturale. Essi sono caratterizzati da intenso traffico e numerosi impianti industriali e di smaltimento, con un forte impatto ambientale di rimando.

Nell'Istituto è presente circa un 25% di alunni stranieri, dei quali la metà sono di etnia rom. Negli ultimi anni infatti l'insediamento di comunità più o meno numerose appartenenti a varie etnie ha in parte modificato la composizione sociale dei quartieri e alcuni di essi hanno assunto le caratteristiche urbanistiche e sociali alquanto eterogenee.

La composizione sociale dell'utenza scolastica risulta quindi fortemente differenziata e richiede che la scuola, unitamente alle agenzie del territorio, si faccia carico di favorire momenti di vita associativa, di scambio interculturale e di stimolo culturale per prevenire fenomeni di disagio e di dispersione scolastica.

La presenza di tante etnie all'interno dell'Istituto ha costituito negli anni una spinta ad attivare nelle classi laboratori e percorsi di conoscenza, integrazione e valorizzazione delle varie culture. L'Istituto organizza attività finalizzate al rafforzamento della collaborazione scuola-famiglia, nella prospettiva dell'educazione permanente e della promozione culturale sul territorio: si è fatto, ad esempio, promotore di eventi culturali rivolti alla cittadinanza.

Come risulta dai dati INVALSI, il livello medio dell'indice ESCS dell'Istituto nell'A.S. 2018-19 risulta medio-basso, e la percentuale di studenti con entrambi i genitori disoccupati è superiore alla media nazionale.

La scuola, alla luce della documentazione fornita sul sito ufficiale, risulta così composta: è presente una scuola dell'infanzia con 76 alunni; quattro scuole primarie sono dislocate sul territorio ed hanno 450 alunni; vi è una scuola secondaria di primo grado con ben 301 alunni.



Il quartiere Oltrera nel quale opera l'Istituto Gandhi presenta un quadro diverso rispetto alla periferia pisana. Il quartiere è, per numero di abitanti e per dimensioni territoriali, una delle zone più vaste della città. È geograficamente definito dal fiume Era e da due importanti direttrici del traffico, la Statale Tosco-Romagnola e la linea ferroviaria Pisa-Firenze. Presenta principalmente edilizia intensiva di tipo economico e popolare che, per la rapidità con cui è stata realizzata, ha determinato forti processi di trasformazione e di disgregazione dell'assetto sociale, anche in conseguenza di un forte processo di immigrazione.

Insieme a queste caratteristiche, è importante però sottolineare la crescente presenza di strutture pubbliche per l'educazione, per lo sport e il tempo libero. Sono infatti presenti nel quartiere il Liceo Scientifico e Classico, il Liceo Pedagogico e Linguistico, l'Istituto Tecnico Industriale, l'ITCG Fermi e l'IPSIA Pacinotti. Sono presenti strutture pubbliche quali lo Stadio Comunale, palestre e piscine. Per la scuola di base (infanzia-primaria-secondaria di primo grado) vi sono impianti che nel loro insieme, per qualità e quantità, garantiscono un'adeguata risposta alle esigenze della popolazione residente nel quartiere.

Le scuole dell'Istituto sono: una scuola dell'infanzia a tre sezioni in Via Morandi, in edificio appositamente progettato; una scuola dell'infanzia a tre sezioni e una scuola primaria (tempo pieno

modulare) in via Nenni; una scuola secondaria di primo grado, situata all'interno dello stesso plesso.

È da evidenziare, a mio avviso, la presenza nel territorio del "Teatro Era", sede della Fondazione Pontedera Teatro. La scuola ha un diretto contatto con il Teatro, e i bambini fin dalla scuola d'infanzia sono stati portati a vedere spettacoli delle varie stagioni teatrali.

IL TIROCINIO NELLA SCUOLA DELL'INFANZIA

All'interno del quadro delineato precedentemente due sono state le scuole di infanzia che hanno visto la mia partecipazione alle attività formative proposte in questi anni: la scuola Monte Bianco di Pisa e la scuola Nelson Mandela di Pontedera.

Le attività di entrambe le scuole erano scandite secondo una ritualità che potremmo schematizzare così:

8.00-9.00 Accoglienza e gioco libero

9.00-9.30 Gioco dell'appello (e della settimana e del meteo, degli incarichi, etc..) e merenda

9.30-11.30 Gioco libero/Attività di gruppo

12.00-13.00 Mensa

13.00-14.30 Riposo e gioco libero

14.30-15.30 Attività di gruppo

15.30-16.00 Gioco libero e uscita.

Dalle ore 10.30 alle 12.30 la classe vede la compresenza di due insegnanti, nelle ore complementari è presente una sola insegnante, spesso accompagnata dall'insegnante di sostegno.

Durante l'accoglienza i bambini entrano liberamente nell'aula e si mettono a giocare negli "*angoli*" (così chiamati dalle maestre). Ogni angolo ha una sua caratteristica: c'è l'*angolo delle*

costruzioni, quello dei disegni, quello dei travestimenti, l'angolo della cucina, l'angolo del trenino e degli animali, l'angolo dei libri e, l'angolo del gomitolo di lana, impostato da poco, che segue la metodologia maieutica di Daniele Novara² per la gestione dei litigi tra bambini.

Grande centralità nella mattina ha il gioco dell'appello. Il gioco richiede la presenza in cerchio di tutti i bambini presenti nell'aula. Un rappresentante, scelto tra i bambini stessi, prende un contenitore con le fotografie dei bambini e, pescando uno ad uno, chiama il bambino della foto invitandolo ad attaccare la propria immagine in un grande pannello a muro.

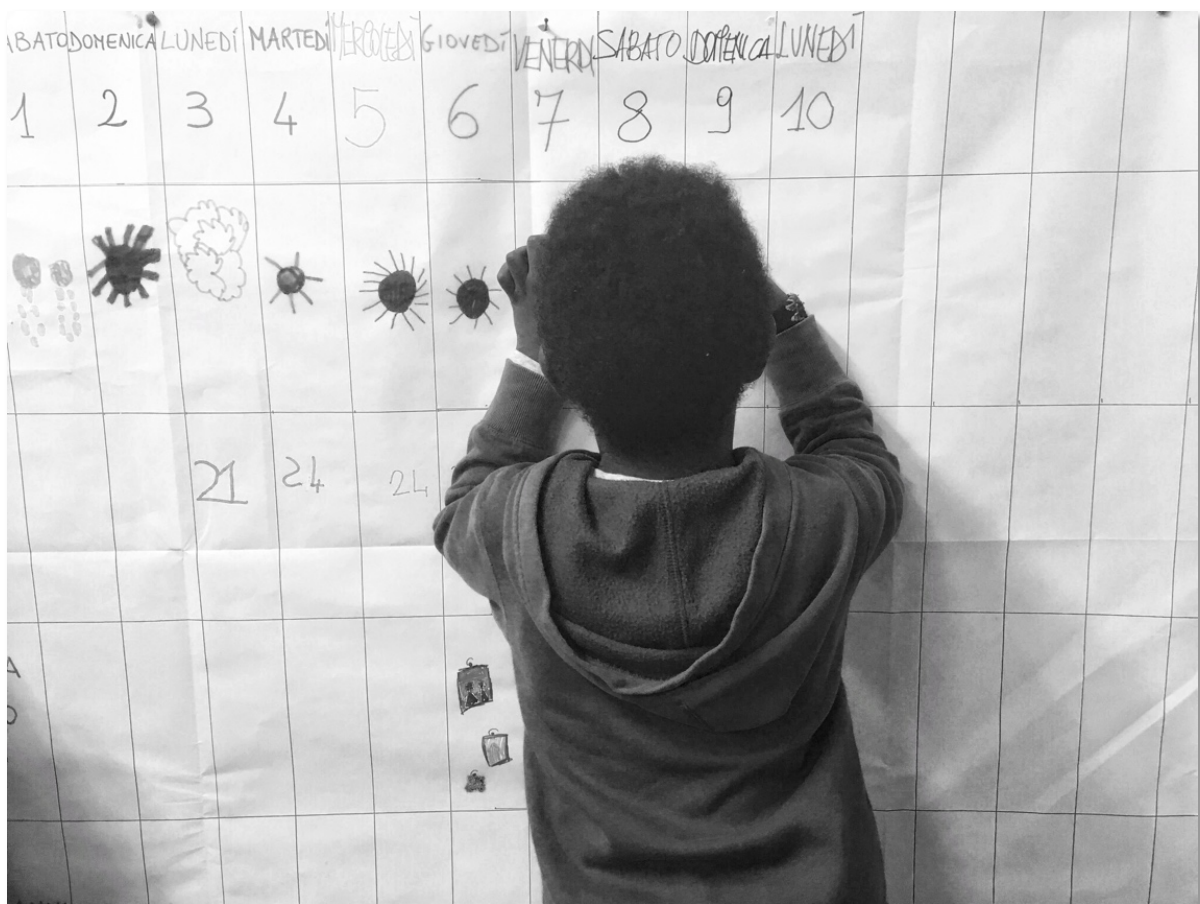
L'insegnante generalmente chiede di inserire il numero indicante la data del giorno sul pannello, e *gioca* con il rappresentante per offrire la possibilità di scelta tra due numeri scritti. Viene poi aggiunto alla data il simbolo del meteo del giorno: sole, pioggia, nuvole o neve.

L'insegnante inoltre affida in questa fase ai bambini degli incarichi di responsabilità: i bambini scelti avranno il compito, a fine giornata o quando richiesto, di occuparsi degli angoli loro affidati.

² Novara, 2013.

Mi domando spesso come sviluppare le competenze matematiche più generali previste anche dal mandato istituzionale delle *Indicazioni Nazionali* (raggruppare, ordinare, misurare etc...). Quali sono i saperi matematici in gioco nelle esperienze dei bambini di 3-4-5 anni?

Questo semplice rituale mattutino mi sembra sviluppi un percorso formativo che va nella direzione indicata nelle *Indicazioni Nazionali*. L'idea di numero è molto complessa, ed ha uno sviluppo lento e graduale.



Quando la maestra chiede al gruppo classe il numero successivo al 25 (data del giorno precedente), il gruppo classe non può avere idea della risposta, salvo qualche caso sporadico. Ma tutto questo la maestra lo sa bene, e infatti conduce l'intera classe alla risposta contando dal numero 1 al numero cercato. Così facendo i bambini imparano prima i numeri a memoria e successivamente, ripetendo e ascoltando, riescono a individuare la struttura che permette loro di costruire la sequenza da soli.

A 5-6 anni è ancora molto difficile il conteggio regressivo entro il 10: quando la maestra fa contare l'intera classe da 10 a 1, per poi andare a giocare, sta arricchendo il loro bagaglio matematico. E quando chiede al rappresentante di contare quanti bambini sono presenti nell'aula, servendosi del cartellone e chiedendo di indicare uno per uno le foto dei bambini, sta applicando una semplice e preziosa metodologia che trova la sua collocazione in importanti ricerche in ambito matematico prescolare³.

Il modello del conteggio presuppone la dimestichezza con il *principio di iniettività (one to one)*. L'uso di questo principio consiste nell'appaiare gli oggetti di uno schieramento in modo tale che ogni oggetto corrisponda ad un numero: uno e un solo oggetto a uno e un solo numero. Gli oggetti devono cioè, nella testa del bambino, essere trasferiti dalla categoria *da etichettare*

³ Ampiamente illustrate nella tesi di laurea.

a quella di *già etichettati*. E la strategia implicitamente favorita dalla docente è proprio quella di indicare ogni oggetto *mentre* è contato.

Il rituale messo in atto mi fa ripensare al percorso formativo ed esperienziale sulla matematica, dal titolo “Bambini che contano”, a cui hanno partecipato numerose insegnanti e classi della scuola d'infanzia di Modena.

*“Se opportunamente sostenuti dagli adulti - afferma Mariavittoria Vecchi, curatrice del progetto - i bambini hanno occasione di approfondire i problemi che emergono, elaborare ipotesi e costruire saperi matematici senza che sia necessario ricorrere ad attività scolastiche propriamente disciplinari. Ma va sottolineato che tali processi non avvengono per caso, né spontaneamente. È l’adulto che coglie il sapere in gioco e mette a punto strategie e strumenti utili a farlo emergere nel gruppo.”*⁴

Durante l’ora del gioco libero i bambini sono poi indirizzati a gruppetti verso gli angoli a giocare liberamente. È un momento prezioso per la mia osservazione: spesso mi ritaglio un piccolo compito manuale per impegnare il corpo (appuntare matite,

⁴ Le parole riportate sono parte di una intervista a Mariavittoria Vecchi, Coordinatrice pedagogica delle scuole dell’infanzia comunali di Modena e coordinatrice del progetto “Bambini che contano”. Ci tengo a sottolineare come il progetto abbia rappresentato un punto di riferimento importante per la didattica della matematica in età prescolare. Consulente scientifica del progetto è Maria Bartolini Bussi, direttrice scientifica anche del progetto “PerContare” descritto nella mia tesi di laurea.

separare e preparare i fogli del riciclo, ordinare i libri, ordinare il materiale personale di ogni bambino, preparare la base per un lavoro di gruppo, ritagliare, ecc.), ma ascolto e osservo le dinamiche presenti nell'aula.

Durante questa attività le maestre spesso dividono in due gruppi la classe, per poter lavorare parallelamente seguendo un numero più piccolo di bambini. Io solitamente accompagno l'una o l'altra, cogliendo metodologie diverse della gestione dell'attività.

Due principali riflessioni sono scaturite nelle aule delle scuole d'infanzia frequentate: una legata all'uso (o abuso) di pennarelli, l'altra alla produzione di "lavoretti".

La maggior parte dei lavori prodotti dai bambini che ho avuto modo di osservare ha visto l'impiego dei pennarelli. Il disegno è traccia visibile del movimento, il corpo intero è coinvolto nel produrre grafia. I segni grafici che i bambini della scuola d'infanzia producono sono l'inizio di una storia legata alla manualità che li accompagnerà tutta la vita. È fondamentale limitare, in questa fase dello sviluppo, l'uso di pennarelli: essi infatti sono pensati per dare un tratto omogeneo indipendentemente dalla pressione esercitata con la mano. Oggi risulta sempre più riconosciuto da tante scuole di pensiero, come le scuole Waldorf o Montessoriane, che sia meglio lasciare che il bambino impieghi

strumenti più complessi quali cere e matite, esercitandosi nel creare movimenti armoniosi. Il disegno infantile inoltre è anche esperienza cromatica. Usare pennarelli è, a mio avviso, ridurre o impedire loro l'esperienza e l'incontro con il colore e le sue sfumature.

Altra riflessione è quella focalizzata sui “lavoretti” prodotti dai bambini in occasione delle festività dell’anno scolastico. Per la festa del papà, nelle scuole di Pisa, è stata stampata dalle docenti una poesia, inserita in una bocchetta, ed è stato chiesto ai bambini di inserire cuoricini prestampati; in occasione del Natale, nelle scuole di Pontedera, è stato costruito un cestino con forme di carta ritagliate dalle insegnanti e colorate dai bambini.

Queste attività, chiamate comunemente “lavoretti”, pongono troppa enfasi sul prodotto conclusivo, e poca attenzione al processo creativo in cui il bambino viene coinvolto. I bambini, e forse anche i genitori, non traggono molto beneficio dall’assemblaggio di pezzi precedentemente ritagliati e lavorati dalle insegnanti. Molta enfasi viene data al prodotto finale che pare debba essere qualcosa di esteticamente lineare e omogeneo.

Quando in un contesto di lavoretto una maestra si carica totalmente della riuscita del materiale da inserire all'interno del quaderno, non viene dato respiro al processo creativo del singolo

bambino. I bambini hanno bisogno di essere guidati nella produzione di prodotti concreti all'interno del calendario scolastico, questo però può significare trovare altri metodi che valorizzino percorsi personali e mettano al centro il bambino.

IL TIROCINIO NELLA SCUOLA PRIMARIA

La mia prima giornata di tirocinio la ricordo bene e, a posteriori, ha assunto una valenza molto significativa per l'intero percorso.

Scrivevo nel mio quaderno di studente: *“La prima giornata comincia con un collegamento Skype con la classe di Cagliari gemellata. I ragazzi, dallo scorso anno, si scrivono lettere; tutti insieme andranno per quattro giorni sulle Apuane a maggio, organizzandosi dalla A alla Z l'intero viaggio (spostamenti, cibo, gestione delle spese, attività da svolgere).*

Si prosegue con una ricerca in giardino: Come si muove la luce? Come funziona la nostra pupilla? Come entra la luce nell'occhio? Il corpo entra in azione e le parole sembrano fluire con naturalezza.

Ed infine si termina con un'attività di gruppo guidata da Silvia, sorella di Laura Santoni, per progettare una targa, dedicata alla sorella, che sarà collocata sopra l'aula insegnanti. Laura, maestra di sostegno della classe, è scomparsa pochi mesi prima. Era amica e compagna di continue ricerche attorno al tema dell'educare assieme al gruppo pisano del movimento.”

Mi piace iniziare così questo mio resoconto. La prima giornata ha rappresentato un mix di tutti gli ingredienti che avrei ritrovato durante gli anni a seguire: una didattica attiva, uscite sul territorio, niente libri di testo, molta partecipazione e una programmazione

rigorosa. Accompagno questo scritto con foto che ho scattato durante le ore passate con le classi.

Qui di seguito alcune buone pratiche che ho incontrato in questo percorso di tirocinio e su cui mi sono interrogata. Riassumono, a mio avviso, la grande idea di scuola che fonda le proprie radici in una scuola “Senza Zaino”, fatta di maestri e maestre del MCE che insegnano attingendo alla grande eredità Freinettiana e della Pedagogia Istituzionale di Oury.

Il testo libero

Fin dai primi giorni di scuola i maestri hanno messo in atto una delle tecniche Freinet più conosciute e diffuse: il testo libero.

In orari stabiliti, durante il piano di lavoro o i pomeriggi di scuola, i bambini possono occuparsi del loro *testo libero*. In un lato del foglio bianco faranno un disegno di un’esperienza e proveranno a scrivere l’esperienza sull’altro lato.

*“Un testo libero dev’essere veramente libero, cioè va scritto quando c’è veramente qualcosa da dire, quando si sente il bisogno di espressione e di comunicazione, attraverso lo scritto o il disegno, di ciò che si prova dentro.”*⁵

⁵ Freinet, 2002, p. 139.

Tutti i testi composti dai bambini sono raccolti in un raccoglitore. I bambini trovano i loro libri nella biblioteca della classe e questo resterà a testimoniare la storia del loro percorso.

Durante l'anno 2018 molti ex-alunni sono tornati a trovare il maestro Luca, che aveva iniziato un nuovo ciclo; tra i momenti più emozionanti vorrei ricordare proprio quelli in cui gli ex-alunni hanno sfogliato e letto alla nuova classe prima i pensieri e i testi da loro prodotti anni prima.



*“In questi casi,
possiamo stare
certi che i testi
ottenuti
rappresentano
quelli che,
confrontati con
la realtà della
vita vissuta,*

hanno agitato di più i ragazzi, li hanno interessati di più, e sono quindi quelli che ai nostri occhi hanno un più alto significato pedagogico. L'osservazione che ci viene mossa dai colleghi che ancora non hanno sperimentato questa tecnica è che ci si mette a rimorchio dei bambini [...] che il numero di testi non sarà mai molto

elevato, in quanto gli alunni non desiderano lavorare se qualcuno non li obbliga a farlo. [...] Simili obiezioni sono naturali e giustificate finché si rimane all'interno del quadro della scuola tradizionale, dove l'allievo lavora il meno possibile, col ritmo dei militari.”⁶

Nel corso degli anni sia la maestra Lisa che il maestro Luca hanno utilizzato questa tecnica Freinet; il maestro Luca intensivamente, producendo con le classi più di 80 raccoglitori di testi liberi.



Piano di lavoro

“Non c’è niente di più ingiusto che fare parti uguali tra disuguali”⁷ dicevano i ragazzi di Barbiana più di mezzo secolo fa. Anche nelle classi di ora si ritrova una diversità spesso dovuta alla disuguaglianza economica, sociale e culturale delle famiglie di provenienza.

⁶ *Ibidem.*

⁷ Scuola di Barbiana, 1967.

Una scuola che omologa e fissa obiettivi uguali per tutti, nel breve termine, rischia di essere fortemente discriminatoria. Certo, alla fine del percorso, gli obiettivi educativi e didattici devono essere raggiunti da tutti, indipendentemente dalla situazione di partenza, ma proprio per consentire questo risultato occorre individualizzare i percorsi e prendersi tutto il tempo necessario.

Inoltre – come già Freinet diceva nei suoi invarianti – a nessuno piace fare ciò che è costretto. Tutti noi preferiamo scegliere. Ecco quindi che il dispositivo didattico pensato negli anni '40 e poi rielaborato dalla Pedagogia Istituzionale francese della fine del secolo, il Piano di Lavoro, si offre come possibile soluzione al problema.

L'idea, semplice in teoria, ma complessa da attuare, è che ogni bambino e bambina, definisca, insieme all'insegnante i propri obiettivi di lavoro che poi cercherà di realizzare nel tempo dedicato a questa attività.

I maestri hanno cominciato quindi proponendo ai bambini della prima alcuni materiali strutturati di apprendimento (ad esempio il *memory* delle vocali o il domino dei numeri) ed altri più liberi come la lettura di un libro o la scrittura di un testo. Ognuno di loro doveva decidere cosa avrebbe utilizzato in quel determinato pomeriggio, sulla base dei propri interessi e dei propri obiettivi.

Il pomeriggio delle classi è stato suddiviso in tre tempi, ogni bambino ha un foglio plastificato e decide tre attività da fare, scegliendo tra il testo libero, gli esercizi di labirinto, la lettura di un libro, il *memory* delle consonanti, un gioco di gruppo sulle vocali... I bambini devono coordinarsi: se al primo tempo scelgono il *memory* avranno bisogno di un compagno, se decidono di fare il *testo libero* invece posso essere da soli.

Deciso il piano di lavoro, si attaccano sul foglio i simboli delle attività e si comincia a lavorare. Sarà il piano di lavoro a ricordare loro cosa devono fare e il suono di un triangolo a scandire i tre tempi.



*“Ma esiste un altro ordine, quello che cerchiamo di realizzare, il quale non si instaura attraverso l’autorità, bensì attraverso la presa di coscienza progressiva, sperimentale delle necessità della comunità, di cui l’insegnante stesso fa parte; quest’ordine riconosce al ragazzo una voce in capitolo, sia per quanto riguarda l’organizzazione della classe che per quanto riguarda l’organizzazione del lavoro.”*⁸

Questo sistema ha subito evidenziato la buona capacità di autovalutazione di alcuni e la difficoltà di altri, che finivano per scegliere casualmente, invece che legare lo strumento ai propri obiettivi dichiarati.

Le cinture e i livelli

All’interno del percorso didattico dettato da piani di lavoro sono stati individuati dagli insegnanti alcuni *livelli* a cui i bambini fanno riferimento.

Ogni passaggio di livello poteva essere richiesto dai bambini il lunedì mattina, quando pensava di essere in grado di superarlo. Ad ogni livello erano associati degli strumenti didattici, disegnati in un riquadro apposito appeso al muro. In questo modo ognuno

⁸ Freinet, 2002, p. 81.

si è velocemente collocato, in base a quello che sapeva o non sapeva ancora fare (specialmente chi prima trovava difficoltà a scegliere con cognizione di causa). Un modo molto naturale di stimolare l'*autovalutazione* dei bambini senza collegarla a un giudizio di valore.

Ogni pomeriggio, per tutto l'anno scolastico, si è alternato il piano di lavoro di italiano con quello matematico, strutturati nella stessa maniera. Ogni bambino ha scelto sul momento (a 6 anni chiedere un'organizzazione settimanale è eccessivo) l'attività che prediligeva tra quelle disegnate nel suo livello, con lo scopo di imparare ciò che gli serviva a "*prendere la cintura*" e passare al livello successivo. Le *cinture* erano rappresentate sia in un grande cartellone murale, che su ogni cartellina individuale con degli adesivi contrassegnati da simboli.

Molti dei materiali a disposizione erano giochi cooperativi o attività da fare in coppia o in gruppo. Pertanto la classe, agli occhi di un visitatore occasionale, appariva sempre come le fotografie cercano di restituire: un laboratorio di piccole attività. Un gruppo (spesso di consolidamento per i livelli più bassi, talvolta di sviluppo per i più alti) era seguito direttamente dall'insegnante. Il resto della classe si organizzava autonomamente, prendendo il materiale didattico autovalutativo liberamente accessibile e trovandosi i compagni con cui usarlo.

I risultati di questo sistema sono stati stupefacenti. Tutti i bambini, specialmente quelli meno consapevoli, hanno acquisito sicurezza nel vedere la loro fatica premiata dalle cinture conseguite. Certo, chi si è visto più indietro della media, ha invece avuto bisogno di incoraggiamento. D'altro canto anche per loro, il sapere che non si è “meno bravi” ma solo “più indietro”, e che sicuramente si andrà avanti, come già sta accadendo, è un rafforzamento della propria sicurezza e senso di autoefficacia. Inoltre, non c'è un obiettivo che tutti debbano necessariamente raggiungere a fine anno. Ognuno arriverà dove riesce: dove alcuni arrivano in prima, altri arriveranno in seconda, o in terza.



“[...] Il fanciullo, alla pari dell’adulto, non ha nessun interesse per un lavoro di cui non vede lo scopo, proprio perché non c’è, manca una motivazione. Perché un ragazzo dovrebbe impegnarsi nello svolgere un compito destinato soltanto a subire le correzioni del maestro?”⁹

Per favorire lo spirito di gruppo e l’aiuto reciproco, sono state introdotte anche le *feste del livello*. Quando tutti hanno conseguito una determinata cintura, la classe festeggia insieme, con canti e musica.

Poiché questa struttura contiene in sé un principio potenzialmente competitivo, che può essere stimolo, ma anche danno per il gruppo, nel secondo quadrimestre è stato introdotto un altro dispositivo, anch’esso utilizzato dalla Pedagogia Istituzionale e dallo scoutismo: il *brevetto*. Esso si connota come una particolare capacità che viene riconosciuta dal gruppo con una prova, al superamento della quale il bambino ottiene la “qualifica”, diventando ufficialmente esperto in quel settore.

I brevetti introdotti hanno riguardato l’ambito linguistico (le doppie), quello matematico (la decina), ma anche quello musicale, motorio, artistico e la lingua inglese. In questo modo è apparso subito chiaro a tutti che chi eccelle in un aspetto potrebbe non essere particolarmente capace in un altro e che tutti abbiamo

⁹ Ivi, p. 62.

sempre e comunque qualcosa che dobbiamo migliorare. Possibilmente insieme. Questa metodologia, che ritroviamo nelle ricerche di Oury, riprende l'idea delle cinture e dei livelli dall'arte marziale del judo: “[...] determiniamo sei livelli in ciascuna delle quattro materie [...] ad ogni livello si applica un colore (il sistema è direttamente ispirato al judo). Ognuno così sa dove si trova perché conosce i suoi colori scritti sul tabellone, e l'ansia, legata al sentimento di un'inferiorità globale irreversibile ed essenziale, accentuata nella pratica dei test, si attenua molto.”¹⁰

Durante i primi mesi dell'anno scolastico 2017/2018 si è aperto un ampio confronto per individuare i livelli matematici e linguistici possibili per permettere una diversificazione degli esercizi in base alla conoscenza raggiunta dai bambini. La discussione si è focalizzata sulle criticità dettate dalla non linearità del sapere.

L'intento è quello di far vivere al soggetto una sperimentazione dei contenuti in maniera che l'attività venga percepita come soddisfacente sviluppando forme di automotivazione attraverso elementi quali i livelli, i punteggi, i riconoscimenti, la collaborazione, gli appuntamenti fissi e sintesi di abilità molteplici.

Ogni bambino è consapevole del livello in cui si trova, quale è il materiale che può utilizzare e su cui è bene esercitarsi per passare al livello successivo; una volta che il soggetto si è esercitato e ha

¹⁰ Vasquez e Oury, 2010, p. 82.

preso familiarità con gli obiettivi di un livello, può richiedere di passare al livello successivo facendo una verifica.

“Alla nozione di scuola uguale per tutti, che prevaleva nell’Ottocento, noi sostituiamo quella di scuola alla portata di tutti [...] Nella convinzione che proporre attività scolastiche adatte alle possibilità intellettuali e al livello scolastico reale di ciascuno è una condizione necessaria per ogni insegnamento.”¹¹



¹¹ *Ibidem.*

Assemblea di classe

La pratica dell'*assemblea di classe* è stata proposta dai maestri in tutti gli anni di tirocinio: circa 25 bambini ogni settimana si ritrovano nell'"*agorà*" insieme a tutti i loro maestri (compresa la maestra di sostegno, che qui è realmente di sostegno all'intera classe e non al singolo bambino).

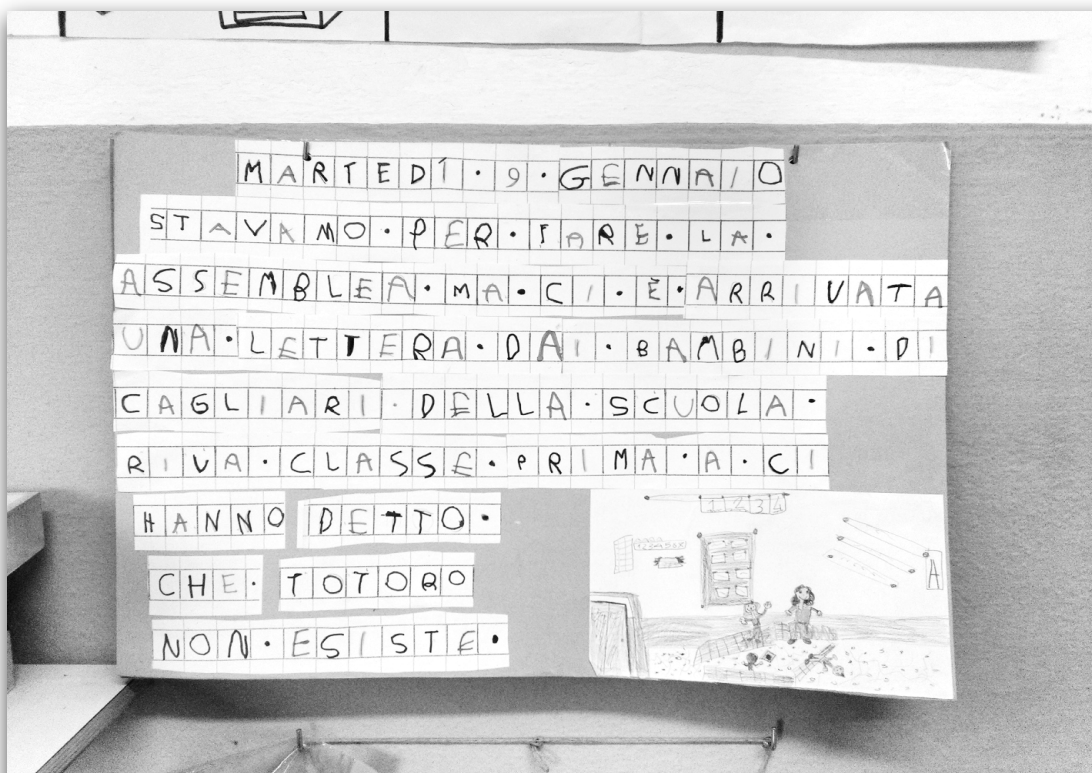
Si forma così un'assemblea permanente che prende decisioni vincolanti e quindi trasformanti. Come prendere decisioni insieme? C'è un presidente che ha il ruolo di moderatore: legge le proposte e tiene l'ordine degli interventi¹². C'è un segretario, generalmente un bambino o una bambina dalla II classe, che scrive un verbale. E c'è una bacheca suddivisa in tre spazi:

IO PROPONGO _____ PERCHÉ _____	IO CRITICO _____ PERCHÉ _____	IO MI CONGRATULO _____ PERCHÉ _____
-----------------------------------	----------------------------------	--

Durante la settimana i bambini e gli insegnanti possono scrivere in bacheca le loro proposte/critiche/congratulazioni e il giorno dell'assemblea vengono affrontate le tematiche proposte. A fine discussione viene eletto il presidente/segretario della settimana successiva.

¹² I maestri hanno presieduto alle prime tre riunioni quando i bambini avevano poco più di 7 anni. Dopo si sono susseguiti solo bambini.

Quando si critica qualcuno, la regola¹³ vuole che si aggiunga anche una congratulazione alla stessa persona. Se un bambino disturba ripetutamente, ostacolando lo svolgersi dell'assemblea oppure non attenendosi a quanto stabilito, regola vuole che il bambino perda il diritto di voto e di parola per un periodo di tempo.



Le decisioni prese durante gli anni sono state riportate nel *registro delle assemblee* aggiornato di volta in volta dai segretari.

Partecipare all'assemblea è stato per me qualcosa di impressionante. Ho avuto l'impressione che si aggirasse in classe

¹³ Regola creata dalla classe nel 2018.

lo spettro autentico della DEMOCRAZIA¹⁴. Nell'immaginario collettivo è impresso il mito della democrazia antica: *potere al popolo*. Ma cosa significa creare una classe democratica a scuola? Quando possono esserci le condizioni affinché operativamente siano i bambini a definire gli obiettivi e gli adulti ad esercitare un ruolo di sola facilitazione?

“I pensieri infantili sono sottili. A volte sono così affilati da penetrare nei territori più impervi arrivando a cogliere, in un istante, l'essenza di cose e relazioni. Ma sono fragili e volatili, si perdono già nel loro farsi e non tornano mai indietro.

Così alla maggior parte delle bambine e dei bambini non è concesso il diritto di riconoscere la qualità dei propri pensieri e rendersi conto della loro profondità. A molti non è concesso neppure di arrivare ad esprimerli, perché un pensiero che non trova ascolto difficilmente prende forma e respiro.

Una moltitudine di associazioni, intuizioni, connessioni vere e proprie folgorazioni infantili restano dunque nascoste sottoterra, scavando un labirinto di canali che non arriveranno mai alla luce del sole, perché privati della dignità che nasce dal credere nella propria capacità di pensiero.”¹⁵

¹⁴ Il che riecheggia il famoso incipit del *Manifesto* di Karl Marx, ma vuol essere in realtà una ben diversa citazione: quella della nozione di “fantasma” che Oury affronta a più riprese in *Pédagogie et psychothérapie institutionnelles*.

¹⁵ Lorenzoni, 2014, p. 11.

La corrispondenza interscolastica



Le classi di Pisa utilizzavano la corrispondenza scolastica. La classe V ha avuto una corrispondenza con una classe di Cagliari. I bambini fin dalla III classe si sono scritti lettere e, con cadenza settimanale, si sono incontrati via Skype utilizzando la LIM.

La corrispondenza si è rivelata uno strumento consequenziale all'uso della tecnica del testo libero, utilizzata nella classe fin dal primo anno. Ogni bambino ha un corrispondente di penna, col quale si scambia lettere a cadenza mensile. Gli incontri via Skype sono gestiti dal presidente in carica e affrontano temi che riguardano l'intera classe (novità, lavori di gruppo, decisioni, film visti, letture collegiali, ecc.).

Nel mese di maggio 2016 i bambini delle due classi si sono collegati via web per mettere in atto più assemblee di classe congiunte; dal lunedì 22 al giovedì 25 maggio, infatti, le due classi hanno deciso di andare in gita scolastica in un rifugio di montagna completamente autogestito, e l'organizzazione ha richiesto loro continui scambi per indirizzare scelte e decisioni comuni.

I maestri hanno accompagnato le scelte dei bambini creando le condizioni per una gestione indipendente e responsabile da parte della classe stessa. I bambini durante l'anno si sono così ritrovati a gestire la scelta dell'alloggio (a Spianessa, in provincia di Pistoia) e l'amministrazione della cambusa e dei trasposti.

“Ho subito capito quali potevano essere le possibilità connesse a questo tipo di scambio: gli allievi non scrivevano più per se stessi bensì per i corrispondenti; i compiti scolastici avevano un sapore tutto diverso e acquistavamo anche una finalità nuova. Quanto trasporto e quanto entusiasmo per la lettura dei testi inviati dai nostri amici, alla loro consegna!”¹⁶

¹⁶ Freinet, 2002, p. 205.

Teatro

Il mio penultimo tirocinio è iniziato nel mese di aprile, la classe aveva concluso molto del programma di italiano e le ore primaverili sono state impiegate principalmente per organizzare lo spettacolo che Luca, maestro e scrittore di libri per ragazzi¹⁷, ha abbozzato partendo da pensieri e discussioni che si sono affacciate nella comunità classe durante i cinque anni. Gran parte del lavoro è consistito nell'arricchire il testo e metterlo in scena. Lo spettacolo è andato in scena il 5 luglio¹⁸ durante l'iniziativa *Cantieri*, una formazione residenziale del MCE che ha avuto sede nella città di Pisa.

Lisa: Be', è andata così. L'anno scorso ci siamo messi in testa che potevamo avere un ruolo a mensa. Pensavamo che fosse assurdo stare lì seduti come principi a farci servire. Abbiamo chiesto spiegazioni al Comune e nel giro di un mese la nostra aula si è trasformata in un Parlamento, con la Dirigente, la ditta, l'assessora comunale a discutere con noi. Siamo addirittura finiti sul giornale!

¹⁷ Luca Randazzo, autore di tanti romanzi per bambini e ragazzi editi anche per Rizzoli.

¹⁸ Il maestro Luca ha contattato anticipatamente i genitori dei suoi alunni per assicurarsi della presenza durante il periodo di chiusura della scuola.

*Greta (con aria sognante): Che bello che è stato.
Mi sentivo così... importante!*

Lisa: Solo e soltanto perché “volevamo sentirci responsabili”. Bubbolo! Guardate che schifo! Non siamo in grado, cioè LORO non sono in grado, di mangiare senza far volare le forchette.

*Amalia: Già. Che vergogna:
la quarta che passa silenziosa,
mangia in ordine, lascia i
tavoli puliti e la maestra che ci
guarda con disprezzo e
commenta.*



Lisa: È incredibile con che materiale dobbiamo lavorare! Ci hanno fatto diventare lo zimbello di tutta la scuola! Vorrei scavarmi una buca e seppellirmi dentro.

Greta: Però anche i bambini di quarta, che fanno tanto i saputelli, possono fare i camerieri solo per merito nostro. Se non era per noi, anche loro sarebbero seduti a farsi servire come piccinaccoli.

Amalia: Guarda, forse sarebbe stato meglio lasciare tutto com'era. Le custodi a fare il loro lavoro

e noi a fare i bambini. Lo sai che hanno addirittura tolto mezz'ora di lavoro ad una delle due?

*Lisa: Davvero?*¹⁹

Il teatro è stato usato dal maestro come uno strumento potente per ripercorrere e concludere l'anno scolastico, perché nel teatro c'è la necessità della ripetizione, nel senso etimologico del termine *ri-petere, ri-domandare: re-citare*. Quando ripetiamo siamo costretti a ritornare tante volte sulle parole, e recitare porta i bambini a verificare il loro percorso, tornando a percorrere i nodi formativi che, negli anni, li hanno visti protagonisti.

Il teatro ha una forma ben diversa dalla struttura: studio-capisco-verifico. Il motivo è ben delineato dalle parole del maestro Franco Lorenzoni: *“A scuola il disastro avviene quando stacciamo da noi la conoscenza, quando facciamo una cosa perché qualcun altro deve controllarla. Il piccolo disastro che avviene nella scuola sta proprio nel separare la conoscenza dalla persona. Un bambino può amare la cultura se vi si rispecchia.”*²⁰

¹⁹ Tratto dallo spettacolo *A scuola di democrazia* della classe V della scuola Don Milani.

²⁰ Parole che Franco Lorenzoni, maestro e scrittore, ha pronunciato davanti a una platea di maestri e maestre durante l'incontro organizzato dal MCE di Pisa nel 2015 al Teatro Lux.

Gestione dell'aggressività



Merita un approfondimento la tecnica utilizzata per la gestione dell'aggressività all'interno della classe di Pisa. Ci tengo a sottolineare la scelta del termine usato: *aggressività*, non conflitto. Il conflitto infatti non è una nozione in sé negativa, è un fatto che fa parte del normale articolarsi dei rapporti e della vita di una comunità. Diverso è il caso dell'aggressività, che può esserci ma verso la quale sia il bambino sia il gruppo devono essere messi in grado di attuare delle possibilità di gestione.

Una premessa significativa è data dal fatto che all'interno del gruppo classe del penultimo ciclo si registrava la presenza di individui particolarmente indisciplinati, con gravi disagi familiari, che non riconoscevano minimamente la figura del maestro. Io stessa mi sono ritrovata ad assistere a scene di aggressività da

parte di questi ragazzi verso i compagni, momenti prontamente riassorbiti con l'intervento degli adulti presenti.

Una tecnica proposta dal maestro, e accettata dal gruppo classe, è stata quella di introdurre lo strumento dei *risarcimenti* all'interno dell'assemblea di classe. Le offese verbali e fisiche vengono discusse all'interno dell'agorà e prevedono un risarcimento o una riparazione simbolica. Bambini con più di cinque sentenze in atto di risarcimento perdono il diritto di voto all'interno dell'assemblea per un periodo prestabilito di tempo.

Questa tecnica, teorizzata all'interno della Pedagogia Istituzionale di Oury, non è da considerarsi strumento a sé stante, ma va collocata all'interno della sperimentazione educativa e del percorso della classe. Fernando Oury utilizzava nelle sue classi una struttura decisionale che può essere utile a spiegare quanto riportato:

“Il maestro e suoi allievi sono seduti – preferibilmente in cerchio e (se così si può dire) sullo stesso piano. [...] Il maestro rinuncia al suo ruolo di giudice e di führer, e momentaneamente a quello di direttore tecnico. Lascia alla classe il potere legislativo, quello giudiziario e talvolta l'esecutivo. Rinuncia al suo personaggio in

alto nella gerarchia per diventare – solamente – un uomo e, se possibile, un uomo superiore.”²¹

Tale strumento permette così il confronto su un piano diverso: il conflitto violento, che normalmente ha come attore il binomio *figura vittima – figura carnefice*, si inserisce invece in un contesto di gruppo e delega alla legge (condivisa e accettata dal gruppo) il suo scioglimento.



²¹ Oury, 1958, p. 9.

FARE SCUOLA AL TEMPO DEL COVID-19

Gran parte del tirocinio nella scuola primaria dell'ultimo anno è stato effettuato online attraverso la classe virtuale di "Teams", la piattaforma scelta dalla scuola di Pontedera.

Il mio percorso nella classe III delle scuole Gandhi è iniziato infatti nel mese di marzo 2020, e dopo pochi giorni è scattata l'ordinanza di chiusura a causa del Covid-19. Per fortuna avevo però avuto il tempo di familiarizzare con il tessuto scolastico e con la classe di Pontedera.

È iniziato così un nuovo percorso scolastico da immaginare e da costruire; proficui e molto formativi sono stati gli scambi avuti con la maestra Lisa e la collega Raffaella in questo arco di tempo legato all'emergenza. A posteriori posso dire che saranno elementi preziosi per il futuro anno di insegnamento.

Siamo partite da una riflessione comune che ha visto l'approvazione di tutte: la *didattica a distanza* non è fare scuola. È da considerarsi solo come una situazione emergenziale, che ha al suo interno dinamiche e sviluppi ben lontani dall'*embodied cognition* tanto cara al MCE.

Le scelte metodologiche assunte nel percorso dei mesi seguenti sono legate a diverse riflessioni fatte insieme, una in particolare ha guidato il percorso di Marc che ho deciso di intraprendere in questa situazione così inusuale.

La riflessione che ha guidato il mio percorso si è incentrata sull'importanza di proporre un *tempo di qualità e non un tempo-schermo*. La consapevolezza che *tecnologia* non è sinonimo di didattica a distanza (Dad), e che è possibile arrivare a tutti gli alunni con meno invasione di schermi, ha portato ad un percorso che ho personalmente proposto e che si ricollega direttamente a quel mondo a me molto caro che è dato dall'osservazione del cielo. Abbiamo proposto ai bambini di osservare per un periodo di 15 giorni la luna e disegnare la posizione dell'astro in quelle che abbiamo chiamato finestrelle astronomiche²². Un percorso simile è stato richiesto per l'osservazione del sole al tramonto. I bambini si sono scambiati disegni, riflessioni e materiale attraverso lavori di coppia e, solo dopo il prezioso momento di osservazione diretta, hanno condiviso con l'intera classe quanto scoperto. L'osservazione diretta è stato il motore per sviluppare attività autonome di ricerca individuale e di gruppo, ha rappresentato inoltre una forte spinta per favorire l'uso e la valorizzazione di molti aspetti di sé, instaurando un rapporto affettivo-soggettivo con gli oggetti della conoscenza.

²² Termine inventato e proposto da Nicoletta Lanciano e ripreso da Franco Lorenzoni nel libro *Con il cielo negli occhi*, punto di riferimento per tutti i percorsi astronomici da me portati avanti. Lanciano è stata la mia relatrice nella prima tesi in matematica dell'Università di Pisa, e attraverso i suoi scritti ho ideato molti laboratori astronomici negli anni. Fondamentale il libro da lei scritto, *Strumenti per i giardini del cielo*, la cui edizione più recente riporta citazioni ed esperienze legate proprio al mio lavoro di tesi.

Il percorso di osservazione si è concluso in modo molto speciale: è stato chiesto ai genitori di uscire in una notte di plenilunio e posizionarsi comodamente in un angolo esterno dalla cui visuale era possibile osservare la luna. Abbiamo inviato loro contemporaneamente un audio da me precedentemente montato, in cui guidavo l'osservazione attraverso racconto di miti legati al cielo e alla luna.

Fondamentale per la riuscita dell'obiettivo che ci eravamo prefissate è stata la scelta del contesto specifico su cui impostare l'azione educativa. L'attenzione di noi insegnanti è stata costantemente volta ad osservare il processo di apprendimento, con occhio attento alle domande emergenti, agli ostacoli didattici, alle scoperte, agli elementi facilitanti e fuorvianti la comprensione dell'osservazione.

Gli spazi proposti ai bambini nelle nostre realtà urbane, negli appartamenti e negli spazi esterni in questo periodo di forzata chiusura sono poveri, uniformati, ristretti. La scuola spesso non infrange questa abitudine e questo non aiuta ad aprire la mente. Lo spazio aperto e la possibilità di guardare anche in alto, verso il cielo, forzano quel mettersi in gioco con il proprio corpo, che abbiamo visto è uno dei pilastri della pedagogia proposta dal MCE.

LA SCUOLA COME COMUNITÀ PROFESSIONALE

Apro una vecchia rivista di Cooperazione Educativa²³ e leggo un articolo di Diana Penso che mi colpisce: si parla di *cuore pedagogico*. Diana sostiene che in molte delle scuole che ha visitato manca un *cuore pedagogico* ovvero una riflessione più ampia e globale sul proprio progetto educativo.

È un articolo che mi travolge e mi porta alla mia scuola, quella dove lavoro come educatrice per un progetto extrascolastico, in cui si specchiano tutte le scelte che questa scuola, in primis attraverso il suo Dirigente, sta mettendo in atto.

Ho bisogno di immaginare una scuola senza barriere, senza voti; una scuola che torni a tessere legami col territorio; una scuola che apra le porte alla collaborazione, dove i bambini che vanno a mensa non trovino un personale incappucciato che serve loro un pasto, ma si alzino e collaborino al servizio; una scuola dove venga incentivata l'*autonomia*, dove non sia la parola *sicurezza* a regnare sovrana, ma la parola *collaborazione*; una scuola libera da slogan e da pubblicità che strizzano l'occhio al consumismo frenetico dei supermarket; una scuola aperta al mondo che è fuori; una scuola che riscopra il valore delle mani e

²³Cooperazione Pedagogica, Vol. 4, n. 2.

del corpo; una scuola dove si possa entrare e sentire che è il bambino e il suo pensiero ad essere protagonista.

Alle Don Milani si respira il *cuore pedagogico* e questo respiro arriva in tutta la provincia di Pisa. La scuola è sede del Movimento di Cooperazione Educativa territoriale di Pisa; il Movimento nacque sulla scia del pensiero di Freinet nel 1958, dando vita a un'attenta ricerca che già in quegli anni poneva al centro del processo educativo i soggetti. La lunga storia del Movimento è caratterizzata dalla ricerca, dalla sperimentazione, dal desiderio di condividere e coinvolgere nel "mestiere dell'educare".

Il gruppo pisano del MCE è nato negli anni 2012/13²⁴ e da allora ha visto un crescendo di partecipazione. Gli insegnanti della scuola che operativamente partecipano alle riunioni mensili del Movimento sono tre, ma i locali della scuola diventano teatro delle iniziative di formazione MCE aperte a maestri ed educatori interessati e vedono la partecipazione di numerose maestre dell'istituto.

Questo clima di ricerca e formazione si rispecchia nel lavoro con i bambini e, a mio avviso, contribuisce a creare un panorama unico tra le scuole primarie del territorio.

²⁴ In passato era presente un altro gruppo territoriale pisano del Movimento. È stato attivo durante gli anni '80. Alcune delle maestre delle Don Milani con più anni di esperienza ne facevano parte attivamente.

Il gruppo territoriale pisano costruisce ogni anno un calendario di proposte formative sull'educare. I laboratori prevedono il riconoscimento ministeriale del MIUR e di anno in anno sono sempre più partecipati. Questi incontri rappresentano il cuore pulsante del movimento.

Formatori esterni arrivano a Pisa e propongono sia laboratori di qualche ora, sia laboratori residenziali. Talvolta qualche maestro o maestra del gruppo propone percorsi di formazione che ha sperimentato nelle proprie classi. Durante le riunioni mensili abbiamo modo di confrontarci anche sul tema affrontato nel laboratorio.

Una proposta a mio avviso molto interessante, che ho ritrovato attuata in entrambe le sedi è quella legata alle giornate di programmazione. Le scuole, infatti, proponevano in alternativa alla comune programmazione scolastica le "Programmazioni Cooperative Itineranti" (PCI).

Le PCI sono una forma nuova e sperimentale di organizzazione. Se la programmazione di classe o di plesso infatti costituiscono l'ossatura per l'efficacia dell'insegnamento, le Programmazioni Cooperative Itineranti possono risultare il concime per il rinnovamento delle pratiche e degli strumenti.

In ognuno degli incontri, che si tengono in varie scuole durante l'ordinario orario di programmazione, tutti gli insegnanti che lo

desiderano possono costruire i propri “attrezzi del mestiere” utilizzando i materiali e gli strumenti a disposizione del gruppo: schede plastificate autocorrettive, *flashcard*, pannelli di procedure, strumenti musicali, giochi didattici.

Si possono confrontare gli oggetti e le pratiche in una sorta di “fiera permanente dell’educazione”. La scuola ospitante mette in mostra la propria organizzazione degli spazi e i propri materiali. Si può partecipare alle Programmazioni Cooperative Itineranti nelle ordinarie ore di programmazione di classe con il consenso del Dirigente Scolastico.



CONCLUSIONI

Il contesto teorico, in cui si sono formate le ipotesi del percorso delineato, è quello che caratterizza i lavori del Movimento di Cooperazione Educativa. La lunga storia del Movimento è caratterizzata dalla ricerca, dalla sperimentazione, dal desiderio di condividere e coinvolgere nel “mestiere dell’educare”. Questa lunga tradizione ha avuto modo di forgiare il mio ‘divenire maestra’ creando una visione dell’educazione in cui il discente ha un ruolo attivo, è in movimento (in senso figurato e non) e non sta in attesa dell’illuminazione: per fare spazio alle nuove conoscenze bisogna mettersi in gioco, anche col corpo.

Coerentemente, il modello di apprendimento sottostante è di tipo *costruttivista*: ovvero si considera la conoscenza come in gran parte costruita dal discente, che non si limita ad aggiungere informazioni al suo bagaglio di conoscenze, ma interpreta le informazioni che riceve e crea collegamenti tra esse.

Questo modello vale sia per la parte di me che si riconosce nel ruolo di maestra di scuola pubblica, quanto per la ‘Rita studentessa’ presso il corso di laurea dell’Università di Firenze. Questi anni di tirocinio diretto e indiretto hanno fornito occasioni preziose di scambio e identificazioni nell’uno e nell’altro ruolo, accrescendo il prezioso bagaglio organizzato sapientemente in quel documento che è “S3PI”, in cui sono delineati standard

professionali e competenze per la futura professione che sono chiamata a svolgere.

Tullio De Mauro, in una intervista che mi colpì e che ho conservato, disse a proposito del mestiere dell'insegnare: *"[...] A mio avviso fa parte del coraggio e della capacità di presa umana saper ammettere dentro e fuori dall'aula che non si sa o non si sa fare qualcosa e, subito dopo, ingegnarsi per impararla. Avere cioè una grande duttilità intellettuale, che viene dallo studio e dall'esperienza. Credo che la valutazione di requisiti del genere possa venire solo da un'attenta osservazione dei comportamenti e atteggiamenti dell'insegnante in formazione in un congruo periodo di tirocinio."*²⁵

Insegnare richiede coraggio, così suggeriva De Mauro, ma questo non significa che non si possa imparare ad insegnare. Il mestiere del maestro è un mestiere che si impara: sicuramente il contatto diretto (nel tirocinio a scuola) e la meta-riflessione (nel tirocinio indiretto) sono stati i due ingredienti fondamentali per la buona riuscita, se mai ne ho raggiunta una, del percorso fatto.

²⁵ De Mauro, 2017, p. 8.

BIBLIOGRAFIA

De Mauro, T. (2017) *Maestri si diventa*, in “Rivista di Cooperazione Educativa”, febbraio.

Freinet, C. (2002), *La scuola del fare*. Parma: Edizioni Junior.

Lanciano N. (2009), *Strumenti per i giardini del cielo*. Parma: Edizioni Junior.

Lorenzoni, F. (2009) *Con il cielo negli occhi*. Molfetta (BA): Edizioni La Meridiana.

Lorenzoni, F. (2014). *I bambini pensano grande*. Palermo: Sellerio.

Meirieu, P. (2011), *Fare la Scuola, fare scuola. Democrazia e pedagogia*. Milano: Franco Angeli.

Novara, D. (2013), *Litigare fa bene*. Milano: Rizzoli.

Oury, F. (1958). *Action psychologique de la coopérative dans la classe moderne*. IPEM.

Scuola di Barbiana (1967), *Lettera a una professoressa*. Firenze: Libreria editrice fiorentina.

Vannucci, G. (2016), *Il gruppo, le tecniche e l'inconscio. Uno sguardo sulla Pedagogia Istituzionale tra formazione docente e*

sperimentazione educativa. Tesi di laurea presso l'Università di Firenze.

Vasquez e Oury (2010). *L'organizzazione della classe inclusiva. La pedagogia istituzionale per un ambiente educativo aperto ed efficace*. Trento: Erickson.

SITOGRAFIA

Sito di riferimento per il tirocinio con l'Università di Firenze:
<http://www.qualitaformazionemaestri.it/> (visionato in data 20-05-2020).

Centro PsicoPedagogico per l'educazione e la gestione dei conflitti, guidato da Daniele Novara: <https://cPPP.it/>.